ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 OCTOBRE 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **A. Lacroix** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé Muséum d'Histoire naturelle. *Collection de Minéralogie. Guide du Visiteur*; par M. A. Lacroix. Quatrième édition. (Publié par la Société des Amis de Muséum.)

PALÉONTOLOGIE. — *Quelques cas d'évolution*. Note de M. **H. Douvillé**.

L'étude des fossiles est particulièrement intéressante au point de vue de l'évolution; elle permet fréquemment de suivre les modifications progressives d'une même forme dans la succession des étages géologiques; c'est ce qu'on peut appeler l'*évolution en escalier*, où chaque marche représente une espèce; leur réunion constitue un rameau. Mais quelquefois aussi on constate des modifications brusques entraînant l'apparition de caractères nouveaux qui se perpétuent par hérédité, et c'est ainsi que prennent naissance de nouveaux rameaux. Dans le cours de mes études sur les Mollusques lamellibranches, j'ai eu occasion d'observer un certain nombre de cas de ce genre; l'un des mieux caractérisés est celui qui marque l'origine de la famille des Rudistes, si largement développée dans le Jurassique supérieur et le Crétacé.

Elle apparaît brusquement avec le genre *Diceras*, à un niveau bien connu, le Rauracien, et dans une région également bien connue au point de vue géologique, au milieu des récifs de coraux qui jalonnent le pourtour du massif vosgien. C'est une forme singulière et qui diffère étrangement de tous les autres mollusques bivalves, deux cornes plus ou moins tordues réunies par leurs bases; quelle peut être son origine?

Il est facile de constater que la coquille était fixée à des corps étrangers par le sommet d'une de ses valves; c'est ce qui la distingue des autres formes du même groupe; et l'on peut se demander si ce n'est pas la cause de sa déformation. On est ainsi amené à la rapprocher de formes parentes libres ayant vécu dans le voisinage. Il en est une seule qui présente une ornementation analogue formée de côtes rayonnantes, ornementation assez exceptionnelle dans ce groupe à la même époque, c'est le *Pterocardium Buvignieri*, et c'est ainsi que j'ai été conduit à considérer le premier *Diceras* comme résultant de la fixation directe d'un *Pterocardium*.

Nous connaissons dans les mers actuelles un groupe présentant le même mode de fixation; ce sont les *Chama*; il nous montre comment se produit l'immobilisation de l'animal et quelles en sont les conséquences : la soudure s'effectue par le bord antérieur de la coquille et dès la phase embryonnaire; la région postérieure, libre relativement, se développe en tournant autour de la partie fixée, d'où la torsion de la coquille; en même temps la charnière ligamentaire suivant le mouvement tangentiel de la région postérieure reste dans le voisinage du muscle postérieur et empêche dans cette partie le développement des dents de la charnière; ainsi torsion de la coquille et suppression des dents postérieures. Or c'est précisément ce que nous observons dans *Diceras*, par comparaison avec *Pterocardium*; nous verrons, de plus, que la partie antérieure de la charnière est à peine modifiée et que les impressions des muscles ont conservé la même disposition : en particulier celle du muscle postérieur a ses bords relevés dans *Diceras*, exactement comme dans *Pterocardium*. L'hypothèse que nous avions faite se trouve ainsi vérifiée : *Diceras* a bien dérivé de *Pterocardium* à l'époque jurassique par fixation directe, comme plus tard dans le Crétacé supérieur, *Chama* a dérivé de *Corbis*.

Les caractères nouveaux ont apparu dès la période embryonnaire et il semble bien que c'est la raison pour laquelle ils ont été stabilisés par l'hérédité. Nous les verrons ensuite dans les *Diceras* se modifier progressivement dans les différents étages du Crétacé et donner naissance à des genres nouveaux, la disposition générale étant toujours conservée.

Les cas que je viens d'examiner ne sont pas isolés; j'en ai signalé précédemment d'autres exemples, mettant bien en évidence l'influence du genre de vie sur la constitution de la coquille (1); c'est ainsi que la fixation par

(1) *Classification des Lamellibranches* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, 12, 1892, p. 419).

un byssus filiforme entraîne l'atrophie progressive du muscle antérieur, caractérisant la famille des Dysodontes et apparaissant dès l'époque paléozoïque avec les Mytilidés; la même fixation byssale, à une époque plus récente et dans une famille différente, celle des Hétérodontes, a donné naissance à une coquille de même forme, les Moules d'eau douce ou *Dreyssenssia*.

Le muscle antérieur disparaît entièrement dans les *Pecten* et nous retrouverons ici un nouvel exemple de fixation directe donnant naissance, à l'époque crétacée, au rameau des Spondyles. Elle se produit au début du développement de l'animal : au diamètre de $1^{mm},5$ la coquille est encore un *Pecten* avec ses oreillettes et sa fossette ligamentaire médiane; brusquement elle se fixe par la valve droite, son ornementation change aussitôt, ainsi que son mode de développement : par son area ligamentaire, par son test épais souvent orné de longues épines, elle contraste fortement avec les *Pecten* ancestraux. Une fixation analogue plus tardive, au diamètre de 15^{mm}, caractérisera de nos jours les *Hinnites*. La grande tribu des Ostréidés a une origine analogue : elle dérive de même d'un Monomyaire par fixation directe, mais alors de la valve gauche. L'origine est très ancienne et la forme ancestrale n'a pu encore être reconnue.

Une autre famille, celle des Desmodontes, comprend les mollusques qui se fixent en creusant un logement dans la vase ou dans le rocher; la coquille s'adapte à ce genre de vie et elle conserve toujours un plan de symétrie vertical. Un de ces individus arraché à sa demeure par les courants est couché sur le côté, comme autrefois les *Diceras*. Mais il n'y a plus ici de points d'attache solide, l'animal continue à vivre à plat sur la vase; la coquille devient dissymétrique et le ligament interne est soutenu par des cuillerons d'une forme particulière, ce sont les Corbules. Un nouveau changement se produit, l'animal se terre de nouveau, s'enfonce dans la vase, la coquille redevient symétrique, mais extérieurement seulement, car à l'intérieur les supports du ligament ont conservé la dissymétrie des Corbules; ainsi s'explique la disposition singulière que présentent les *Mya*.

Si nous revenons maintenant au Rudistes, nous verrons que les *Diceras* comme les *Chama* étaient fixés soit par la valve gauche (formes normales), soit par la valve droite (formes inverses). L'évolution se poursuit dans le Crétacé, où elle donne naissance à une série de genres, mais toujours fixés par la valve gauche. Parallèlement se développe un groupe beaucoup plus important et dont l'évolution devient tout à fait originale, avec les Caprines, les Radiolites, les Hippurites, etc.; mais ce sont alors des formes

inverses, fixées par la valve droite. On peut retrouver leur origine dans les *Heterodiceras* du Jurassique supérieur, encore fixés par la valve gauche, et dans lesquels le muscle postérieur est remonté sur le plancher cardinal; mais en même temps le déplacement tangentiel du ligament a diminué, permettant l'apparition d'une dent cardinale postérieure.

C'est dans cette phase du développement, au début du Crétacé, que se produit brusquement le changement du mode de fixation de la coquille, par la valve gauche au lieu de la valve droite, et immédiatement la dent cardinale postérieure apparaît à l'extrémité du ligament; elle va se développer et sera bientôt aussi importante que la dent antérieure, la charnière est redevenue symétrique; c'est le caractère des grands Rudistes du Crétacé qui par les Caprinidés arriveront aux Hippurites et aux Radiolites. Tout ce grand groupe semble ainsi résulter d'une modification paraissant bien peu importante et qui précédemment n'avait guère qu'une valeur spécifique.

Ainsi, en résumé, on voit que des changements brusques dans la manière de vivre d'un animal peuvent entraîner des modifications telles que les descendants ne ressemblent plus aux ascendants. Dans les cas que je viens d'examiner, ces changements se sont produits de très bonne heure, au début du développement de l'animal, et c'est vraisemblablement pour cette raison que les caractères acquis, stabilisés par l'hérédité, sont devenus héréditaires.

En fait ces changements semblent avoir été en outre favorables au développement de l'animal, la coquille est devenue plus épaisse, plus massive, comme on le voit en comparant les *Pterocardium* aux *Diceras* et à leurs formes dérivées Caprines, Radiolites, Hippurites; une différence de même ordre est également bien marquée entre les Spondyles robustes et épineux et les *Pecten* ordinairement minces et lisses.

IMMUNOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur les cryptotoxines. Le phénomène de sursaturation des toxines par l'ion salicylique.* Note de M. **H. Vincent.**

A côté des savons, à propriétés hautement antitoxiques, j'ai démontré qu'il existe des corps de nature cristalloïde, capables de neutraliser, dans certaines conditions de doses, de température et de durée de contact, les toxines tétanique, diphtérique, colibacillaire, etc. Tels sont les sels sodiques de certains acides appartenant à la série cyclique, les composés halogénés

de l'acide orthosalicylique et, à un degré plus faible, les butyrate, mucate, pyruvate de sodium, etc., l'antipyrine, etc. ([1]).

A la dose minima de $0^g,04$ à $0^g,05$, l'orthosalicylate de sodium neutralise, à 38°, 1^{cm^3} d'une toxine tétanique ramenée par dilution au titre de 400 d. m. par centimètre cube. L'effet antitoxique, très faible après 40 heures, est plus net après 54 heures et complet aux quatrième ou cinquième jours. La tension superficielle du milieu est abaissée de 58 à 53 dynes.

Injectée progressivement au lapin, cette toxine tétanique salicylée l'immunise contre la toxine pure. Dans le complexe qu'elle forme avec l'ion salicylique, la toxine perd donc sa propriété pathogène et conserve son pouvoir immunigène ([2]).

L'affinité particulière de l'ion salicylique pour la toxine (et réciproquement), qui aboutit peut-être au blocage d'une fonction aminée de la toxine, se traduit par une grande stabilité du complexe. En effet, le chlorure de calcium, le sulfate d'ammonium, l'alcool absolu, la forte dilution du mélange à $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{500}$ n'ont pas le pouvoir de le dissocier.

Seule, l'acidification par HCl/N jusqu'à production d'un pH voisin de 4,7 peut séparer une partie de la toxine tétanique ([3]). La toxine n'était donc pas détruite, mais seulement adsorbée et dissimulée : c'est une *cryptotoxine*.

La stabilité de celle-ci peut être démontrée d'une autre manière.

On soumet à la dialyse, sur membrane de collodion, 10^{cm^3} de toxine tétanique neutralisée par $0^g,4$ de salicylate de sodium, en renouvelant chaque jour le liquide extérieur (200^{cm^3}).

Après 14 heures ([4]), la dialyse a soustrait $0^g,18$ de salicylate de sodium; après 18 heures, $0^g,21$; au cinquième jour, $0^g,297$, soit près des trois quarts du sel. Or, à aucun de ces divers moments, les injections au cobaye, soit de la cryptotoxine en dialyse, soit du dialysat, n'ont provoqué le tétanos,

---

([1]) H. Vincent, *Sur quelques substances non colloïdales à propriétés cryptotoxiques* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1175; *C. R. Soc. Biol.*, 103, x, 1930, p. 747; *Bull. Acad. de Médecine*, 100, xxviii, 1928, etc.). — H. Vincent et L. Velluz, *Sur les propriétés cryptotoxiques des acides oxybenzoïques halogénés* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 648.

([2]) H. Vincent, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1175; *C. R. Soc. de Biologie*, 103, x, 1930, p. 747.

([3]) L'injection du mélange au cobaye doit être immédiate.

([4]) La toxine *pure*, mise en dialyse, commence à traverser la membrane à partir de la quatorzième heure.

même si l'on a injecté la totalité de la première (10^{cm^3}) [1] et 35^{cm^3} du second.

De ce qui précède, on peut conclure que l'union de la toxine et de l'acide salicylique est très solide, mais aussi que le potentiel cryptotoxique réel ou latent de ce dernier corps est très supérieur à ce qu'il paraît être dans les conditions habituelles [2].

Dans la cryptotoxine salicylique, il est possible qu'une faible partie du salicylate de sodium se disperse sur les protides indifférents (non toxiques) du milieu. Mais cette union est fragile et l'expérience qui suit montre qu'en réalité la toxine fixe la presque totalité du sel.

Plusieurs tubes contenant 10^{cm^3} de toxine (tétanique) salicylée au titre minimum de neutralisation ($0^g,04$ pour 1^{cm^3}) sont laissés 5 jours à 39°. On en prélève alors $0^{cm^3},5$ ou 1^{cm^3} qu'on remplace par un volume égal de toxine tétanique pure, titrant aussi 400 d. m. par centimètre cube. On reporte à l'étuve et l'on renouvelle, tous les cinq jours, ce prélèvement et son remplacement, volume à volume, par de la toxine neuve. Les mélanges sont soigneusement agités.

Dans ces opérations successives, on abaisse progressivement le taux de concentration de l'acide salicylique, en même temps qu'on accroît successivement aussi la proportion de toxine pure contenue dans le milieu [3].

Or si, dans ces conditions, on inocule, au cobaye de 350^g, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ de centimètre cube de ces mélanges successifs, ou même davantage, on voit que les premières séries ne sont pas pathogènes. C'est seulement lorsque la concentration en salicylate de sodium s'est abaissée entre $0^g,0163$ et $0^g,0248$ par centimètre cube, que l'injection provoque le tétanos. Or cette proportion est entièrement incapable de neutraliser d'emblée la toxine.

En conséquence, la toxine pure, ajoutée au mélange salicylé neutre, est biologiquement inhibée, jusqu'à une limite assez fixe, par un excédent dis-

---

(1) La toxine ainsi dialysée est immunigène.

(2) D'autres complexes cryptotoxiques offrent la même particularité. C'est ainsi que le complexe atoxique : toxine tétanique et antipyrine, étant traité par la benzine solvant de l'antipyrine, demeure cependant atoxique et immunigène (H. VINCENT, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1175).

(3) S étant le poids initial du salicylate de sodium dans le volume V de la toxine, s étant la quantité de liquide enlevée à chaque opération et remplacée par un volume v de toxine pure, la concentration du salicylate de sodium après n opérations est représentée par $\frac{S}{V}\left(1-\frac{s}{v}\right)^n$.

ponible d'acide salicylique emprunté peut-être aux protides non spécifiques du milieu qui l'auraient partiellement capté, mais surtout *à l'acide salicylique fixé sur la toxine elle-même* en proportion bien supérieure à la dose limite strictement neutralisante. En effet, bien que chaque addition de toxine pure ait apporté simultanément, avec elle, de nouvelles quantités de ces protides indifférents, la toxine pure successivement ajoutée n'en a pas moins été neutralisée. Il n'en eût pas été évidemment ainsi si ces protides non toxiques jouaient un rôle important dans l'absorption de l'acide salicylique; dans ce cas, ils auraient accaparé l'ion salycilique pour leur propre compte.

La toxine a donc la propriété de fixer activement une grande quantité d'acide salicylique, à coup sûr excédant fortement la dose inhibitrice. Il y a sursaturation, de la toxine par l'anticorps chimique. Cette notion peut comporter des conséquences que je ferai connaître.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'utilité de longues périodes d'observations de la pluie en un lieu donné*. Note de M. E. MATHIAS.

La publication des *Archives de la pluie du Puy-de-Dôme* ([1]) fait connaître deux belles séries d'observations, celle d'Ambert et celle du sommet du Puy de Dôme; comme on va le voir, elles sont pleines d'enseignements.

1. *Série d'Ambert.* — Elle va, sans interruption ni lacune, de janvier 1872 à fin juillet 1930. Pour pallier les variations annuelles, considérons les hauteurs de pluie H tombées pendant les *lustres* consécutifs 1872-76, 1877-81, 1882-86, etc. La partie I du tableau suivant montre que le lustre 1917-1921 accuse un déficit de 15 pour 100 par rapport à la moyenne 4262^{mm} des 9 lustres précédents, bien concordants. Le lustre suivant 1922-1926 accuse encore un déficit de 9 pour 100. Que s'est-il passé? La grande guerre a amené l'exploitation à outrance des forêts et la diminution de la pluie à Ambert en a été la conséquence. Cette déforestation nous a été confirmée par le sénateur Dr Chassaing, maire d'Ambert, et par M. J. Reynard, conservateur honoraire, qui précisa qu'on avait replanté plus d'arbres qu'on en avait coupé et que le déficit de pluie disparaîtrait dans un avenir prochain.

([1]) E. MATHIAS et P. BÉNAC, *Bull. de l'Inst. et Observatoire de physique du globe du Puy-de-Dôme*, Mémoire n° 4, 1931, p. 1-3, Paris, Presses Universitaires de France.

I.

Lustres.	H (mm).
1872-76......	4556
1877-81......	4006
1882-86......	4271
1887-91......	4036
1892-96......	4115
1897-1901...	4256
1902-06......	4208,5
1907-11......	4424,5
1912-16......	4484,05
Moy......	4262
1917-21......	3650,9
1922-26......	3922,5

II.

Lustres.	H (mm).	H − 4262.
1913-17......	4543,75	+ 281,75
1914-18......	4244,5	− 17,5
1915-19......	4183,7	− 78,3
1916-20......	4081,8	− 180,2
1917-21......	3650,9	− 611,1
1918-22......	3598,15	− 663,85
1919-23......	3799,95	− 462,05
1920-24......	3553,85	− 708,15 (min.)
1921-25......	3597,55	− 664,45
1922-26......	3922,5	− 339,5
1923-27......	4061,15	− 200,85
1924-28......	3994,3	− 267,7
1925-29......	4024,6	− 237,4
Août 25-juill. 30.	4050,3	− 211,7

Pour savoir ce qu'il en est, reprenons la question en 1913 en reculant l'origine des lustres d'année en année; on aboutit alors à la partie II du tableau précédent. Les nombres montrent que l'effet de la déforestation apparaît dès le lustre 1914-1918 et s'accroît progressivement, avec des fluctuations, jusqu'en 1920-1924, où le mal atteint son paroxysme avec un déficit de 16,6 pour 100 par rapport à la moyenne 4262^{mm}. Depuis, sauf les fluctuations des lustres 1923-1927 et 1924-1928, le mal a été constamment en diminuant, le déficit de la dernière période n'étant plus que de 5 pour 100 de la moyenne. La prévision de M. J. Reynard s'est donc complètement vérifiée.

2. *Série du sommet du Puy de Dôme.* — Celle-ci ne commence qu'en janvier 1877, mais elle continue depuis sans lacune ni arrêt. Étudions-la comme la série d'Ambert, en considérant d'abord les hauteurs totales H' des lustres successifs; on a ainsi la partie I du tableau ci-après :

Les lustres consécutifs à partir de 1877-81, au nombre de 8, montrent, à une fluctuation près, un accroissement continu de la pluviosité jusqu'en 1912-16, à partir de quoi on voit celle-ci diminuer brusquement en 1917-21.

Comme précédemment, formons la moyenne 8557,8 des 8 premiers lustres, laquelle n'a pas grande signification ici, et considérons la partie II du tableau précédent. Les lustres qui se suivent d'année en année à partir de 1913-17 accusent une diminution continue de la différence H' — 8557,8, laquelle, à une fluctuation près en 1918-22, *présente un minimum net en* 1920-24, *tout comme dans la série d'Ambert.* Depuis lors le déficit va en

diminuant et la pluviosité en s'élevant constamment. Le phénomène observé ici est identique à celui de la région d'Ambert et obéit aux mêmes causes.

I.		II.		
Lustres.	H'(mm).	Lustres.	H'(mm).	H'—8557,8.
1877–81.....	7105,7	1913–17.....	10173,9	+ 1616,1
1882–86.....	7720,0	1914–18.....	9687,6	+ 1119,8
1887–91.....	8396,3	1915–19.....	9509,4	+ 951,7
1892–96.....	9343,9	1916–20.....	8942,4	+ 384,5
1897–1901...	8607,0	1917–21.....	8278,4	— 279,4
1902–06.....	8009,1	1918–22.....	7814,1	— 743,7
1907–11.....	9225,9	1919–23.....	7988,4	— 589,4
1912–16.....	10053,4	1920–24.....	7324,6	— 1233,2 (min.)
Moy.....	8557,8	1921–25.....	7431,3	— 1126,5
		1922–26.....	7785,3	— 772,5
1917–21.....	8278,4	1923–27.....	8025,4	— 532,4
1922–26.....	7785,3	1924–28.....	8069,1	— 488,7
		1925–29.....	8506,1	— 51,7
		1926–30.....	9042,5	+ 484,7

3. *Conclusions*. — L'influence du déboisement et du reboisement sur la pluviosité est évidente dans ce qui précède. D'ailleurs, dans une même localité, la régularisation de la chute des eaux pluviales par les grands massifs boisés est une loi qui n'est plus discutée aujourd'hui sérieusement. Elle a été établie par des observations météorologiques dans la grande forêt domaniale de La Haye, aux environs de Nancy, par les professeurs de l'École nationale forestière, observations commencées depuis 1860 et poursuivies jusqu'à nos jours par MM. Mathieu, Fliche, Henry, etc., et par de nombreux travaux du même genre dans le monde entier.

L'identité des conclusions tirées des séries d'Ambert et du sommet du Puy de Dôme montre que, dans un grand département, deux longues séries d'observations de la pluie sont largement suffisantes pour suivre le parallélisme du reboisement et du déboisement respectivement avec l'augmentation et la diminution de la pluviosité dans la région, car le synchronisme des longues séries est parfait même quand elles proviennent, comme c'est ici le cas, de deux stations distantes de 100^{km} et dont les altitudes diffèrent de près de 900^{m}.

Pourtant on peut noter une différence très nette dans les deux séries. Ambert, entouré de forêts, au centre d'un arrondissement dont 20,5 pour 100 de la surface sont boisés, donne, de 1872 à 1917, 45 années d'une pluviosité

quasi constante, dont la moyenne est bien définie. Au contraire, le sommet du Puy de Dôme est dans une position excentrique par rapport aux massifs boisés, qui se trouvent surtout au Sud par rapport à lui, la surface boisée n'étant que de 9,35 pour 100 (¹). Or la statistique agricole entreprise en 1930 constate, d'après des documents obtenus par M. J. Reynard à la préfecture, 6156 hectares de reboisements récents dans le Puy-de-Dôme. On s'explique donc l'amélioration constante de la pluviosité indiquée par la série du sommet du Puy de Dôme, avant 1913 comme après 1924.

Pour étudier jusqu'à quel point cette série reflète la réalité, il faudrait posséder *année par année*, la statistique exacte des forêts du Puy-de-Dôme; or une telle statistique n'existe pas. Il serait hautement désirable qu'elle devînt une réalité à bref délai.

PHYSIOLOGIE. — *La fonction athrocytaire chez les Hirudinées.* Note (²) de M. **L. Cuénot**.

Lorsque, dans les vaisseaux ou la cavité du corps d'un animal bien vivant, on injecte une solution d'une matière colorante, on sait que celle-ci est captée électivement par des organes ou des cellules isolées, qui sont ainsi mis en évidence par la coloration qui leur est communiquée. Cette propriété régulatrice de la composition du sang ou du liquide cavitaire est ce que l'on a appelé la *fonction athrocytaire* (du grec ἀθροίζειν, rassembler, concentrer), qui n'est qu'un cas particulier de la fonction excrétrice.

L'expérience a montré que l'on trouvait presque partout deux types principaux d'athrocytes, reconnaissables par leurs affinités différentes vis-à-vis des couleurs injectées : le premier comprend les cellules ou organes qui éliminent électivement le carminate d'ammoniaque (exemples : chloragogues péritonéaux des Sipunculiens, néphridies des Oligochètes, cellules ciliées du rein unique des Prosobranches, cellules vésiculeuses péritonéales des Gastropodes, glande péricardiale des Bivalves, cœur branchial des Céphalopodes, organes intrabranchiaux des Crustacés Décapodes, cellules péricardiales des Insectes, etc.); le second est constitué par les cellules ou organes qui captent électivement l'indigosulfonate de sodium (néphridies des Sipunculiens et de la plupart des Mollusques, cellules vacuolaires du

(¹) J. Reynard, *Bois et forêts du Puy-de-Dôme*. Clermont-Ferrand, 1908, p. 6.

(²) Séance du 12 octobre 1931.

rein unique des Prosobranches, labyrinthe du rein des Arthropodes, tubes de Malpighi des Insectes, vésicules rénales des Tuniciers, foie des Vertébrés, etc.).

Sauf dans le cas exceptionnel où la même cellule est capable d'éliminer les deux substances à la fois (tubes contournés du rein des Vertébrés supérieurs), l'élection est si parfaite que lorsqu'on a injecté un mélange d'indigosulfonate et de carminate, chacun des deux types d'athrocytes prend très exactement l'une des substances sans la moindre trace de l'autre. La cellule athrocytaire à carminate a très généralement une réaction acide dans ses vacuoles (virage au rouge du tournesol bleu injecté), tandis que l'athrocyte à indigosulfonate a souvent, mais pas toujours, une réaction alcaline (virage au violet du vert d'iode et décoloration de la fuchsine acide rouge).

Dans le groupe des Hirudinées, on connaît avec certitude les athrocytes à carminate, dont la fonction a été déterminée par Kowalevsky [1] en 1895 : ce sont de grandes cellules logées sur les parois des lacunes vasculiformes qui s'étendent sur les côtés du corps, entre le sinus dorsal et le sinus ventral : ces éléments, que Kowalevsky a appelé *cellules acides*, éliminent électivement le carminate d'ammoniaque, le tournesol, le saccharate de fer; assez épars chez les Clepsines, ils sont, chez les Sangsues Arhynchobdellides (*Hirudo*, *Hæmopis*, *Herpobdella*), rassemblés en grand nombre dans les vaisseaux bosselés dits *tubes bothryoïdaux*; chez ces dernières, les cellules acides sont presque remplies, sauf dans leur région apicale, de grains jaunes, bruns ou noirs, peut-être de nature guaninique, qui sont très probablement des produits d'excrétion accumulés; c'est dans la partie apicale, tournée vers la lumière du vaisseau, que se trouvent les vacuoles actives colorées en rouge par le carminate ou le tournesol.

Jusqu'à présent, les athrocytes à indigosulfonate n'étaient pas connus chez les Hirudinées; Kowalevsky n'avait pu arriver à les mettre en évidence; avait constaté seulement, ce qui est exact, que les néphridies ne prennent ni le carminate ni l'indigosulfonate des injections physiologiques.

Dans le tissu conjonctif très complexe qui comble les intervalles entre la peau et les viscères, on rencontre chez les Arhynchobdellides, entre les muscles et les tubes bothryoïdaux, divers éléments cellulaires parmi lesquels les plus remarquables composent ce que Ray Lankester a appelé le *tissu vaso-fibreux* : c'est un réseau compliqué de fins tractus colorés qui par-

---

(1) A. Kowalevsky. *Études biologiques sur les Clepsines* (*Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 8e série, 5, III, paru en 1897).

courent tout l'organisme, se ramifiant, s'anastomosant fréquemment: le réseau est particulièrement serré en certains points, notamment autour du tube digestif et du sinus sanguin ventral, et s'entremêle avec les tubes bothryoïdaux, tout en restant bien distinct de ceux-ci; chaque tractus est constitué par un axe plein, de nature conjonctive, revêtu de cellules irrégulières, aplaties ou saillantes, bourrées de fins granules jaunâtres qui ressemblent beaucoup à ceux des tubes bothryoïdaux, mais qui sont probablement de nature chimique différente. Après une injection physiologique d'indigosulfonate, les cellules de revêtement du réseau vaso-fibreux se colorent nettement en bleu, la teinte étant fixée sur les granules: elles représentent donc les athrocytes à indigosulfonate.

Ces athrocytes sont particulièrement développés chez la Sangsue commune des ruisseaux, l'*Hæmopis sanguisuga* L.; on les retrouve avec une moindre extension chez l'*Hirudo medicinalis* L. et les *Herpobdella*, et ils existent probablement chez tous les Arhynchobdellides. Les Rhynchobdellides n'ont ni tubes bothryoïdaux ni tissu vaso-fibreux, mais la place de ceux-ci est tenue par des cellules homologues, éparses dans les tissus: les athrocytes à carminate sont les cellules acides de Kowalevsky; les athrocytes à indigosulfonate sont probablement les cellules, remplies de granules colorées, qui ont été signalées chez *Glossosiphonia* (cellules jaunes), *Hæmenteria* (cellules vertes ramifiées), *Pontobdella* (cellules jaune d'or), etc.; d'après Abeloos ([1]), le pigment qui imprègne les granules est voisin de la biliverdine.

Puisque chaque type animal doit posséder les deux systèmes athrocytaires, celui à carminate et celui à indigosulfonate, il est probable, lorsqu'on les connaîtra complètement dans les divers groupes, qu'on pourra en tirer des renseignements intéressants au point de vue phylogénique.

On peut déjà remarquer que chez les Sipunculiens, les Mollusques et les Arthropodes, l'indigosulfonate est constamment éliminé par les reins néphridiaux, tandis que le carminate est constamment absorbé par des cellules péritonéales ou conjonctives; les Annélides présentent des dispositifs inverses; chez les Oligochètes et les quelques Polychètes examinés, ce sont les néphridies qui captent le carminate, et les cellules péritonéales (chloragogues) qui prennent l'indigosulfonate. Il semble donc que la

---

([1]) M. **Abeloos**, *Recherches histologiques et histophysiologiques sur le parenchyme et les néphridies des Hirudinées Rhynchobdelles* (*Bull. biol. France et Belgique*, **59**, 1925, p. 436).

parenté, du reste indéniable, entre les deux séries ne peut être que très lointaine, ce qui est du reste d'accord avec d'autres considérations.

Si l'on compare les Hirudinées avec le groupe le plus voisin, celui des Oligochètes, auquels on les réunit souvent pour former la classe des Clitelliens, de notables différences apparaissent; chez les premières, les néphridies ont perdu leur fonction athrocytaire vis-à-vis du carminate, mais cette carence est compensée par le développement des cellules acides; les cellules du tissu vaso-fibreux, athrocytes à indigo, correspondent physiologiquement aux cellules péritonéales (chloragogues) des Oligochètes; elles ne diffèrent de ces dernières que par une situation topographique différente, conséquence de la disparition de la cavité générale.

M. **Élie Cartan** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *Leçons sur la géométrie projective complexe* et s'exprime en ces termes :

Ces *Leçons*, qui constituent le fascicule X des *Cahiers scientifiques* publiés sous la direction de M. Gaston Julia, sont en partie la reproduction du cours que j'ai professé à la Sorbonne pendant le semestre d'hiver 1929-1930. Les notions fondamentales de la géométrie projective complexe y sont envisagées d'un point de vue qui dépasse en un certain sens cette géométrie et les rattache à la géométrie riemannienne. D'une manière générale je me suis efforcé de montrer sous un jour nouveau, ou tout au moins de suggérer, les nombreuses relations que le sujet traité a avec la théorie des groupes et différents domaines de la Géométrie, de l'Analyse et de l'Arithmétique.

M. **E. Jouguet** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air. Service des Recherches de l'Aéronautique. N° 1. *Recherches théoriques sur le rendement et les conditions de réalisation des systèmes motopropulseurs à réaction*, par Maurice Roy, dont il a écrit la *Préface*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Méthodes classiques d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, par M. N. Saltykow (Fascicule L du *Mémorial des Sciences mathématiques*).

2° F. Marguet. *Histoire générale de la Navigation du* XV*e au* XX*e siècle.*

3° Encyclopédie mycologique. I. *Le genre Inocybe*, par Roger Heim. (Présenté par M. L. Mangin.)

4° *Les Colloïdes et l'état colloïdal*, par A. Boutaric. (Présenté par M. C. Matignon.)

5° *Cours d'Électricité théorique professé à l'École professionnelle supérieure des Postes et Télégraphes*, par J.-B. Pomey. Tome III : *T. S. F. et Câble téléphonique. — Théorie mathématique.* (Présenté par M. L. Lecornu.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les développables de normales à une variété à n dimensions dans l'espace hilbertien.* Note [1] de M. **E. Pinte**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous nous placerons dans cette Note au même point de vue que M. G. Vitali et nous adopterons ses notations [2].

Considérons la $V_n(V)$ définie dans un espace H par une fonction de $n+1$ variables $f(t, u)$ à carré sommable par rapport à t sur un ensemble mesurable T, et ayant des dérivées continues des deux premiers ordres au moins, par rapport aux n autres variables $u_1, \ldots, u_n$. Cherchons à déterminer une normale à (V) de paramètre normal Y, fonction d'un paramètre et engendrant une développable. Représentant par $f+\varpi Y$ le point caractéristique P de la normale et posant

$$b_{ij} \equiv \int_T Y f_{i,j}\, dt,$$

(1) Séance du 12 octobre 1931.

(2) G. Vitali, *Geometria nello spazio hilbertiano* (Bologna, Zanichelli, 1929).

nous obtenons pour équations du problème

$$(1) \qquad \Sigma_i (a_{ik} - \varpi b_{ik})\, du_i = 0 \qquad (k = 1, 2, \ldots, n);$$

$$(2) \qquad | a_{ik} - \varpi b_{ik} |\, du_i = 0;$$

(2) est une équation séculaire. A deux solutions distinctes de (2), l'équation (1) fait correspondre deux directions rectangulaires deux à deux. On a de plus

$$(3) \qquad dY = -\frac{df}{\varpi} = -\Sigma_{i,k,h} a^{hk} b_{ik} f_h\, du_i.$$

Substituons dans (1) une racine de (2) $\varpi = g(u, Y)$. Prenons u_n pour variable indépendante; (1) et (3) forment un système de n équations intégro-différentielles linéaires par rapport aux n dérivées

$$\frac{dY}{du_n}, \quad \frac{du_i}{du_n} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1),$$

admettant un système unique de solutions, si l'on donne une normale initiale, arbitraire d'ailleurs, Y^0 en un point M^0 de (V).

Considérons sur une normale Y les n points Q inverses, par rapport au pied M de la normale, des n points caractéristiques P. Ces points Q sont les projections des extrémités des vecteurs de courbure normale correspondant aux n tangentes déterminées par (1). Les n tangentes liées à une normale donnée Y sont celles qui rendent extrémum la projection sur Y de leur vecteur de courbure normale [1].

La normale Y^0 fait évanouir l'équation (1) si elle est orthogonale à l'E_p (espace euclidien à p dimensions) contenant la première variété principale en M^0: dans ce cas, la tangente est indéterminée; par contre le point caractéristique P est unique. C'est que, dans ce cas, tous les vecteurs de courbure ont même projection MQ sur Y. Une telle normale peut être dite singulière.

Pour qu'en un point M les équations (1), (2) déterminent n directions rectangulaires

$$(m_1^h, \ldots, m_n^h) \qquad (h = 1, 2, \ldots, n),$$

indépendantes de la normale non singulière Y, il faut et il suffit que les f_i

---

(1) G. Vitali, *Evolute di una qualsiasi varietà* (*Annali di Matematica*, 4e série, 8, 1930-1931, p. 163).

vérifient $\frac{n(n-1)}{2}$ relations de la forme

$$(4) \qquad \Sigma_{ij} f_{i,j} m_i^h m_j^k = 0 \qquad (h \neq k).$$

Nous appellerons n-édriques les points correspondants. En ces points le second espace principal a n dimensions et la première variété principale se réduit à un n-èdre situé dans un E_{n-1}. C'est l'extension à une V_n du cas des points d'une surface où l'ellipse de courbure se réduit à un segment de droite. Les tangentes fixes correspondent aux vecteurs de courbure normale aboutissant aux n sommets. C'est visible géométriquement : quelle que soit la normale Y, ce sont ces vecteurs qui auront sur Y la projection maximum ou minimum.

Venons à la recherche des développées [E. Pinte, *Sur les développées des courbes dans l'espace hilbertien* (*Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, 14, sett. 1931)]. Nous dirons qu'une $V_n(V)$ admet une développée (D), si l'on peut attacher à chaque point M de (V) une normale Y qui soit tangente simultanément aux n nappes d'une V_n ou à $n V_n$ distinctes; nous dirons que ce sont les n nappes de la développée. La condition nécessaire et suffisante pour qu'une V_n admette une développée est que tous ses points soient n-édriques. C'est aussi la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation aux différentielles totales (3) soit complètement intégrable. (V) possède dans ce cas n familles (à $n-1$ paramètres) de lignes de courbure orthogonales. Chaque normale Y^0 choisie arbitrairement en un point M^0 détermine une famille de normales à n paramètres, qui est solution, c'est-à-dire touche les n nappes d'une développée (D). Si sur chacune de ces normales on porte à partir de M une longueur constante, on obtient une nouvelle V_n admettant la même famille de normales et par suite la même développée (D). Chaque nappe est le lieu d'une famille à $n-1$ paramètres de développées des lignes de courbure d'une famille. Ces développées sont des géodésiques de la nappe considérée.

Les surfaces, c'est-à-dire les V_2 qui admettent des développées, sont celles de la classe C de M. Tonolo [1]. Chaque nappe focale est une surface ayant un réseau conjugué dont l'une des familles de courbes est formée de géodésiques. Réciproquement les tangentes aux géodésiques d'un tel réseau forment une famille de normales à deux paramètres.

---

[1] *Classificazione delle superficie dello spazio hilbertiano, il cui spazio 2-tangente è a quattro dimensioni* (*Atti d. R. Acc. dei Lincei*, 9, 7 avril, 21 avril, 5 mai 1929, p. 598, 713, 853).

GÉOMÉTRIE. — *Sur les hypercirconférences et certaines surfaces paraboliques dans l'espace euclidien à quatre dimensions.* Note [1] de M. O. **Borůvka**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'espace euclidien à quatre dimensions j'appelle *hypercirconférences* (hces) les courbes dont les trois courbures scalaires sont constantes, non nulles. Ces courbes jouissent de propriétés géométriques intégrales simples qui rappellent les propriétés banales des circonférences.

Soit Γ une hce quelconque. On a en particulier les résultats suivants [2] :

1. En un point P quelconque de Γ, appelons *plan normal* (*tangent*) le plan déterminé par la première et la troisième normale (par la tangente et la seconde normale) de Γ au point P. Tous les plans normaux de Γ passent par un point fixe (le *centre* de l'hce), duquel tous les points de la courbe sont à la même distance. Étant donnés, sur Γ, deux points P, P′ en position générale, les plans normaux (tangents) de la courbe en P et P′ se coupent dans un seul point. Le plan normal de Γ, pris au milieu de l'arc $\widehat{PP'}$, contient le centre de la sécante $\overline{PP'}$ ainsi que le point d'intersection des deux plans tangents en P et P′. Les deux angles que fait une sécante arbitraire de Γ avec les plans tangents à ses extrémités sont égaux. Γ admet un groupe de ∞^1 déplacements en elle-même, consistant en rotations autour de deux plans orthogonaux fixes qui passent par le centre de l'hce (*plans axiaux* de l'hce). Les plans normaux aux différents points de Γ sont tous perpendiculaires aux plans axiaux.

2. En un point P quelconque de Γ, appelons directions axiales du plan normal les directions des deux droites d'intersection du plan normal au point P avec les plans axiaux de Γ. Appelons *surface associée* ($\mathcal{G}$) à Γ la surface réglée qui se trouve engendrée par les droites passant par les différents points de Γ de manière que la direction de la droite passant par un point P de Γ soit la direction axiale du plan normal de Γ en P, toujours parallèle à un des plans axiaux fixé une fois pour toutes. Il y a donc deux surfaces associées à Γ. Au sujet des surfaces en question, signalons les

---

[1] Séance du 12 octobre 1931.

[2] On trouvera les démonstrations ainsi que d'autres résultats à ce sujet dans un autre Recueil.

résultats suivants. Le groupe de déplacements de Γ en elle-même conserve la surface. Les trajectoires de ce groupe sur $(\mathcal{G})$ sont formées par une famille simple de hces et par une circonférence privilégiée.

Dans la correspondance ponctuelle, engendrée entre les différentes trajectoires sur $(\mathcal{G})$ par les génératrices de la surface, deux points correspondants quelconques de deux trajectoires fixes ont la même distance. $(\mathcal{G})$ est une surface parabolique spéciale telle que l'indicatrice de courbure normale, en chaque point P de $(\mathcal{G})$, a un de ses sommets en P et le rapport des longueurs de ses axes est le même en chaque point de la surface. Le produit de tels rapports pour deux surfaces associées à la même hce est toujours égal à 4.

3. On peut déterminer toutes les surfaces, dans l'espace considéré, qui jouissent de la propriété que, en chaque point P de la surface, l'indicatrice de courbure normale a un de ses sommets en P et le rapport k des longueurs de ses axes est le même pour toute la surface. Les surfaces associées aux hces, jouissant de cette propriété, sont caractérisées parmi les autres par l'inégalité $k \neq 2$. Il y a, en outre, deux familles différentes de surfaces en question pour lesquelles $k = 2$. Les unes sont réglées et peuvent être considérées comme un cas limite des surfaces précédentes. Quant aux autres, elles admettent la génération géométrique suivante. On prend dans l'espace un point fixe O et une courbe, non hce, appartenant à l'espace considéré et jouissant, en chaque point, des trois propriétés suivantes : 1° la première normale de la courbe fait avec le rayon vecteur $\mathbf{n}$, issu du point O, un angle constant, non nul; 2° la deuxième normale de la courbe est normale au rayon vecteur $\mathbf{n}$; 3° la première et la troisième courbure scalaire de la courbe sont égales. En un point P quelconque de la courbe, on considère la première normale et le plan passant par cette normale et le point fixe O; dans ce plan on construit la spirale logarithmique qui a son pôle au point O, passe par P et y est tangente à la normale considérée. La surface est le lieu des spirales logarithmiques ainsi associées aux différents points de la courbe en question.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation différentielle de l'électrotechnique*. Note (¹) de M. F. **Tricomi**.

Dans la théorie des machines électriques synchrones se présente l'équation différentielle

$$\frac{d^2y}{dt^2} + M\frac{dy}{dt} + N\sin y + P = 0, \tag{1}$$

M, N et P étant des constantes positives, dont il faut surtout chercher les solutions, s'il y en a, qui soient la somme d'un terme linéaire et d'un terme périodique dans le temps t.

En posant

$$x = \sqrt{2N}\,t, \qquad z = \frac{dy}{dx}, \qquad \alpha = \frac{2M}{\sqrt{2N}}, \qquad \beta = \frac{P}{N},$$

le problème se ramène à la détermination des solutions périodiques, de période 2π, de l'équation du premier ordre

$$\frac{dz}{dy} + \alpha z + \beta + \sin y = 0, \tag{2}$$

c'est-à-dire des intégrales $z = Z(y)$ de l'équation, satisfaisant à la condition

$$Z(y_0 + 2\pi) = Z(y_0);$$

détermination qu'on peut effectuer en cherchant deux intégrales particulières $z_1(y)$ et $z_2(y)$ telles que

$$z_1(y_0 + 2\pi) \leq z_1(y_0), \qquad z_2(y_0 + 2\pi) \geq z_2(y_0).$$

On trouve ainsi que, si $\beta > 1$, l'équation (2) a toujours une et une seule solution périodique. Au contraire, si $\beta \leq 1$, pour que la solution périodique existe, il faut et il suffit que α soit $\leq \alpha_0$, α_0 étant une valeur particulière du paramètre α, défini par une certaine propriété caractéristique d'une des courbes intégrales de l'équation et dont le carré est compris entre les limites

$$\frac{2\sin^2\theta}{\pi(\pi\cos\theta + \sin\theta)} < \alpha_0^2 < \frac{1+\sin\theta}{\pi/2 - \theta} \qquad \left(0 \leq \theta = \arc\sin\beta \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

De plus il est à remarquer qu'à la solution périodique sont asymptotiques (pour $y \to -\infty$) une infinité d'autres solutions de l'équation (2).

(¹) Séance du 27 juillet 1931.

Lorsque la solution périodique $z = Z(y)$ de l'équation (2) existe, l'équation (1) a la solution du type cherché :

(3) $$y = -bt + \varphi(t) + \text{const.}$$

où la constante positive b est donnée par la formule

$$b = -\frac{1}{2\pi\sqrt{2N}}\int_0^{2\pi}\frac{dy}{Z(y)},$$

et où φ est une fonction périodique, de période $2\pi/b$, que peut se déterminer aisément au moyen de l'équation

$$t - t_0 = \frac{1}{\sqrt{2N}}\int_0^{y}\frac{dy}{Z(y)}.$$

Au point de vue électrotechnique il est particulièrement intéressant de déterminer, en correspondance avec la solution (3), la valeur moyenne μ de $\sin y$ par rapport au temps, dans une période $2\pi/b$. On trouve pour cet objet la formule

$$\mu = \frac{Mb - P}{N},$$

dont, étant $b < P/M$, résulte le fait important que μ est *toujours négatif*.

Pour la détermination effective de la solution périodique $Z(y)$ de l'équation (2), on peut suivre soit une méthode graphique, soit une méthode numérique d'approximations successives fondée sur la remarque que la valeur moyenne de $Z(y)$ dans un intervalle 2π est égale à $-\beta/\alpha$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation du problème de Monge.* Note de M. G. Cerf, présentée par M. Goursat.

Dans des travaux récents [1] M. Goursat a étudié une classe d'équations généralisant l'équation de Monge, en prenant, en dernier lieu, comme point de départ, la discussion du problème de Cauchy relatif à une équation aux dérivées partielles du premier ordre. Cette classe d'équations, ainsi que des systèmes d'équations jouissant de propriétés semblables, se pré-

---

[1] E. Goursat, *Bull. des Sc. math.*, **52**, 1928, p. 397; **53**, 1929, p. 196; *Ann. de la Fac. des Sc. de Toulouse*, 3e série, **22**, 1930, p. 249; *Ann. de l'École Norm. sup.*, 3e série, **47**, 1930, p. 325.

sentent aussi dans une étude que j'ai commencée dans un travail antérieur [1] : les équations en question s'obtiennent par l'élimination des paramètres entre les équations des systèmes de Pfaff considérés. Mais on peut aussi procéder autrement, par une méthode qui n'est, au fond, que la généralisation de celle qu'employa Lie dans le dernier Mémoire qu'il a publié [2], et qui consiste à se placer au point de vue des transformations de contact. C'est ce que j'ai l'intention d'indiquer ici, en me plaçant, pour simplifier, dans l'espace à quatre dimensions, en laissant de côté, systématiquement, ce qui a trait aux équations d'ordre supérieur au premier.

I. Considérons d'abord une transformation de contact, T, à une équation directrice, entre deux espaces à quatre dimensions : (e) et (E); à tout point p de (e) correspond une M_3 de (E); à tout point P de (E) correspond une m_3 de (e); à T se trouvent associées, en général, deux équations aux dérivées partielles du premier ordre : ε dans (e), $\mathcal{E}$ dans (E); les intégrales de ces deux équations se correspondent, en général, une à une, de telle façon que chacune est osculatrice aux multiplicités répondant aux points de l'autre; le sens du mot osculatrice a besoin d'être précisé. Le cône caractéristique de ε, par exemple, est associé à une équation de Monge ordinaire dont les intégrales définissent des familles de $\infty^1 M_3$ particulières, quant à la façon dont elles sont enveloppées.

Une famille de $\infty^2 M_3$ correspond à une variété à deux dimensions de (e); en étudiant l'enveloppe de cette famille, on met en évidence des variétés de (e), à deux dimensions, intégrales d'une équation de Monge généralisée, φ, considérée par M. Goursat. Dans (E), les enveloppes envisagées sont à deux dimensions, avec un contact de nature particulière; elles sont les intégrales d'une équation de Monge généralisée, Φ; la relation entre φ et Φ est réciproque.

En poussant plus loin la discussion, on est conduit à associer à φ et Φ une nouvelle équation de même nature; on obtient ainsi deux systèmes de deux équations de Monge généralisées dont les intégrales se correspondent.

II. Dans ce qui précède, nous avons supposé que les équations $(\mathcal{E})$ et $\mathcal{E}$ sont quelconques. Mais il peut se faire que l'une d'elles soit quasi linéaire, c'est-à-dire qu'au lieu d'admettre ∞^5 courbes caractéristiques elle en admette ∞^4, alors le système de Monge généralisé relatif à cette équation

---

(1) G. Cerf, *Ann. de l'École Norm. sup.*, 3e série, 44, 1927, p. 317.

(2) S. Lie, *Berichte über Verhandl. der k. s. Gesellsch. der Wiss. zu Leipzig*, 50, 1898, p. 113.

admet comme solutions les intégrales à deux dimensions de celle-ci. Ce cas a, d'ailleurs, été discuté par Lie; mais des circonstances semblables se présentent dans les espaces à plus de quatre dimensions, avec des possibilités plus variées.

III. Certains des résultats précédents ont une interprétation géométrique simple quand on les étudie à partir d'une transformation de contact à deux équations directrices; il s'agit d'un cas particulier de la théorie des enveloppes d'une famille de ∞^2 V_2, où chaque V_2 de la famille est rencontrée de la même façon, au deuxième ordre près, par toutes celles qui lui sont infiniment voisines; les deux systèmes de Monge apparaissent ainsi, avec une méthode de transformation qui permet de passer de l'un à l'autre, et pour chacun d'eux, une double interprétation, réciproque, analogue à celle qui se présente dans l'espace ordinaire pour les transformations de contact définies par deux équations directrices.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions fondamentales de l'équation n-métaharmonique.* Note de M. **M. Ghermanesco**, présentée par M. Goursat.

Soit D un domaine de l'espace à p dimensions, limité par une ou plusieurs hypersurfaces fermées, formant la frontière F du domaine. Considérons l'équation aux dérivées partielles du $2n^{\text{ième}}$ ordre [1]

$$(1) \qquad \mathcal{D}_n(u) = \Delta^n u + \lambda_1 \Delta^{n-1} u + \lambda_2 \Delta^{n-2} u + \ldots + \lambda_n u = 0.$$

Les solutions fondamentales de cette équation peuvent être obtenues, dans ce cas particulier, par une voie toute différente de celle qui a été suivie dans le cas général de l'équation linéaire du type elliptique, par d'autres auteurs, notamment E. E. Levi [2] et M. M. Gevrey (*Journal de Mathématiques*, 1930, et *Comptes rendus*, 173, 175, 177). Si r désigne la distance des deux points M et P du domaine D, dont l'un est fixe et l'autre quelconque, nous avons trouvé que l'équation (1) admet n solutions fondamentales de la forme

$$(A) \qquad v_i = U_i r^{2-p} + V_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

---

(1) Voir aussi *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 107.

(2) *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, 24, 1907, p. 275 et suiv.

U_i, V_i étant des fonctions de la distance r seulement, finies et ayant d'ailleurs des valeurs données à l'avance, au point M.

On trouve dans ces conditions, en posant $r^2 = 4\rho$,

$$\Delta^k v = \frac{d^k}{d\rho^k}\left[\rho^{k-\frac{p}{2}+1}\frac{d^k}{d\rho^k}\left(\rho^{\frac{p}{2}-1}v\right)\right] = \mathcal{B}_k(v),$$

les v sont donc des solutions de l'équation différentielle

$$(2)\qquad \mathcal{B}_n(v) + \lambda_1\mathcal{B}_{n-1}(v) + \ldots + \lambda_{n-1}\mathcal{B}_1(v) + \lambda_n V = 0,$$

que nous avons déjà considérée dans notre Note antérieure et qu'on peut intégrer à l'aide de la fonction de Bessel.

Nous aurons plusieurs cas à distinguer :

1° *L'équation*

$$(3)\qquad X^n + \lambda_1 X^{n-1} + \lambda_2 X^{n-2} + \ldots + \lambda_n = 0$$

a toutes ses racines α_i distinctes.

a. Si p est impair, les n solutions fondamentales sont données par la formule

$$(\alpha)\qquad v_i = C_i J\left(\frac{p}{2}, \alpha_i\rho\right) + C'_i(\alpha_i\rho)^{1-\frac{p}{2}} J\left(2-\frac{p}{2}, \alpha_i\rho\right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

dans laquelle les C_i et C'_i sont des constantes qu'on détermine par une condition locale au point M. Les v_i sont bien de la forme (A).

b. Si p est pair, les n solutions fondamentales sont données par la formule

$$(\beta)\quad v_i = C_i J\left(\frac{p}{2}, \alpha_i\rho\right) + C'_i\left\{\sum_{k=0}^{\frac{p}{2}-2}\Gamma\left(\frac{p}{2}-k-1\right)(\alpha_i\rho)^{k+1-\frac{p}{2}} + \sum_{0}^{\infty}\frac{(\alpha_i\rho)^k}{\Gamma\left(k+\frac{p}{2}\right)}\left[2\log(\alpha_i\rho) - \frac{\Gamma'(k+1)}{\Gamma(k+1)} - \frac{\Gamma'\left(k+\frac{p}{2}\right)}{\Gamma\left(k+\frac{p}{2}\right)}\right]\right\}$$

qui sont aussi de la forme (A).

2° *Si l'équation* (3) *a des racines multiples, les solutions fondamentales sont données par la formule*

$$(\mu)\qquad v'_i = \frac{\partial^k v_i}{d\alpha_i^k} \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots, m-1),$$

m étant l'ordre de multiplicité de la racine α_i et v_i étant donné par (α)

ou (3), suivant les cas a et b. On voit aisément que les e_i sont encore de la forme (A), annoncée au début.

On démontre encore que, réciproquement, si l'équation (2) admet des solutions de la forme (A), l'équation (3) a nécessairement des racines multiples.

La connaissance des solutions fondamentales permet la détermination aisée des n fonctions de Green pour l'équation (1), en suivant, soit une méthode analogue à celle employée par M. M. Gevrey (*loc. cit.*), soit une méthode que j'étudierai ultérieurement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la méthode du balayage et le potentiel conducteur d'un ensemble.* Note de M. **Florin Vasilesco**, présentée par M. Hadamard.

Dans son Mémoire fondamental sur le *balayage* [1], Poincaré se propose de trouver la fonction potentielle d'un conducteur, constante et égale à l'unité à l'intérieur de celui-ci. C'est à cette fonction (qu'on appelle aujourd'hui *potentiel-conducteur*) que se ramène la solution du problème de Dirichlet pour le conducteur. La méthode du balayage donne ce potentiel comme la limite d'une suite décroissante de potentiels non conducteurs obtenus par les balayages successifs de certaines sphères S_i (toutes extérieures au conducteur, et telles que tout point également extérieur soit contenu dans une au moins de ces sphères), rangées en une suite $\{S_i\}$ où chacune d'elles figure une infinité de fois.

Poincaré ne s'attarde pas à chercher si l'on obtient la même fonction quelles que soient les sphères utilisées, satisfaisant à ces conditions, ou quel que soit l'ordre dans lequel on fait les balayages successifs. Il n'en a pas besoin, parce qu'il ne considérera que des conducteurs pour lesquels cette fonction tend vers l'unité lorsqu'on s'approche d'eux. Comme, d'ailleurs, cette fonction est nulle à l'infini, elle est aussi unique.

Mais on peut remarquer que cette méthode ne suppose guère que l'on ait affaire à un véritable conducteur. Il suffit que l'on considère un *ensemble borné et fermé*. En ce cas, il y a lieu de prouver l'unicité de la fonction limite.

---

(1) *Sur les équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique* (*Amer. Journ. of Math.*, **12**, 1890, p. 211).

On peut montrer que :

I. *La fonction obtenue par les balayages successifs d'un nombre fini, donc aussi d'une infinité* [1], *de sphères quelconques extérieures à un tel ensemble* E *est supérieure ou égale à celle donnée par les balayages des sphères de la suite* $\{S_i\}$ *pour* E, *que nous désignerons par* V.

Il en résulte que :

Les balayages des sphères de deux suites quelconques $\{S_i\}$ *et* $\{S'_i\}$ *pour* E *conduisent à la même fonction limite*, car on peut renverser le rôle de ces suites. En particulier, on peut faire les balayages des sphères dans n'importe quel ordre, pourvu que chacune d'elles soit balayée une infinité de fois.

Comme on l'a dit plus haut, Poincaré démontre que la fonction V, pour un conducteur, tend vers l'unité lorsqu'on s'approche d'un point (qu'on appelle alors *régulier*) de ce conducteur, pourvu qu'on puisse tracer à l'intérieur de celui-ci une sphère tangente en ce point, ou un cône circulaire droit ayant ce point pour sommet (si tous ses points sont réguliers, le conducteur est dit *régulier*). Ceci reste vrai si l'on remplace le conducteur par un *ensemble*, formé de plusieurs conducteurs (en nombre fini).

Considérons alors une suite de tels ensembles σ_n de conducteurs réguliers tendant, en se resserrant, vers E et appelons $\{S_i^n\}$ une suite de sphères servant aux balayages pour σ_n, qui déterminent le potentiel conducteur V_n de σ_n. On peut faire en sorte que les sphères S_i^{n-1} contiennent parmi elles les sphères S_i^n. L'ensemble de toutes les sphères S_i^n (quel que soit n) peut servir au balayage pour E. En vertu de la proposition I, on conclut que V est inférieure à V_n, qui est inférieure aux fonctions $V_1, V_2, \ldots, V_{n-1}$. Donc, V est inférieure à v, limite des V_n. Mais si l'on considère un nombre fini des sphères qui servent au balayage pour E, elles font partie d'une certaine suite $\{S_i^n\}$. Il en résulte que V est supérieure à v. Donc $V = v$. *La méthode du balayage conduit ainsi à la définition du potentiel conducteur d'un ensemble, donnée par Wiener* [2].

On peut se demander alors comment on pourrait trouver, pour le cas d'un ensemble, des procédés analogues à ceux rappelés ci-dessus, servant à établir que le potentiel conducteur d'un ensemble tend vers l'unité lorsqu'on

---

[1] Puisque chaque balayage diminue, ou conserve inchangée, la fonction résultée du balayage précédent, et que, par conséquent, il y a une fonction limite.

[2] *Certain notions in potentiel theory* (*Journ. of Math. and Phys. of the Mass. Inst. of Tech.*, 3, 1924, p. 26).

s'approche d'un de ses points réguliers. On peut extraire de ces procédés les critères généraux suivants :

Un point de l'ensemble considéré est régulier, si cet ensemble en contient un autre ayant ce point comme point régulier [1].

Ce critère a déjà été utilisé fréquemment, surtout lorsqu'il s'était agi de domaines. Par contre, il semble qu'on n'ait pas tiré le parti qu'il convient du procédé des ellipsoïdes qu'a utilisé Poincaré pour montrer la régularité des points coniques. Ce procédé permet d'énoncer ce critère :

Un point P *d'un ensemble* E *est régulier si, pour toute suite de points* P_i *(extérieurs à l'ensemble) tendant vers* P, *on peut trouver des ensembles* E_i, *faisant partie de* E, *tels que le potentiel de* E_i *en* P_i *tende vers l'unité.*

Il faut évidemment pour cela que la plus courte distance de P à E_i tende vers zéro. C'est pourquoi, il peut être commode pour l'application de ce critère, d'opérer, comme fait Poincaré, une homothétie de centre P, qui, ramenant les points P_i à distance finie de P (bornée inférieurement), pourrait faciliter la recherche des ensembles E_i. Une homothétie ne change pas le potentiel aux points homologues.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Intégrales premières de l'équation de Dirac.* Note de M. **Al. Proca**, présentée par M. Élie Cartan.

L'hamiltonien d'un électron de Dirac, dans le cas de l'absence de champ, est

$$H = c(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \alpha_4 mc) \tag{1}$$

où

$$\alpha_r \alpha_s + \alpha_s \alpha_r = 2\delta_{rs}$$

et p_1, p_2, p_3 désignent les composantes de la quantité de mouvement. La dérivée d'un opérateur quelconque étant donnée par

$$\varkappa\dot{\xi} = H\xi - \xi H, \qquad \varkappa = \frac{h}{2\pi i}, \tag{2}$$

une intégrale première est définie comme en mécanique classique, par la condition $\xi = \text{const}$.

---

[1] D'après la proposition I, le potentiel conducteur d'un ensemble est, en effet, supérieur (ou égal) à celui d'une de ses parties.

On trouve en mécanique quantique l'analogue des intégrales connues de la mécanique newtonienne du point matériel : l'intégrale de l'énergie

$$H = \text{const.}, \tag{3}$$

les intégrales de la quantité de mouvement

$$p_k = \text{const.} \tag{3'}$$

et les intégrales du moment de cette quantité de mouvement

$$\left\{\begin{aligned} & x_1 p_2 - x_2 p_1 + \frac{\chi}{2}\alpha_1\alpha_2 = \text{const.}, \\ & x_2 p_3 - x_3 p_2 + \frac{\chi}{2}\alpha_2\alpha_3 = \text{const.}, \\ & x_3 p_1 - x_1 p_3 + \frac{\chi}{2}\alpha_3\alpha_1 = \text{const.}, \end{aligned}\right. \tag{4}$$

qu'on peut écrire, en utilisant la notation vectorielle et en posant

$$is_1 = \alpha_2\alpha_3, \quad is_2 = \alpha_3\alpha_1, \quad is_3 = \alpha_1\alpha_2, \tag{5}$$

$$[\bar{x} \times \bar{p}] + \frac{\chi}{2i}\bar{s} = \text{const.}; \tag{4'}$$

$\bar{s}$ correspond au spin et (4') prouve que le moment cinétique se conserve si l'on y ajoute $\bar{s}$.

Or (3), (3') *et* (4) *ne sont pas les seules intégrales premières simples du problème.* L'électron de Dirac diffère de l'électron classique et ces différences se manifestent entre autres par l'existence de théorèmes de conservation distincts des précédents, auxquels conduisent *de nouvelles intégrales premières*. Posons par exemple

$$R_1 = \alpha_2\alpha_3\alpha_4, \qquad R_2 = -\alpha_3\alpha_4\alpha_1, \qquad R_3 = \alpha_4\alpha_1\alpha_2. \tag{6}$$

On vérifie facilement que les R_1, R_2, R_3 se transforment comme les composantes d'un vecteur. Cela étant, les expressions

$$\left\{\begin{aligned} & R_1 p_2 - R_2 p_1 = \text{const.}, \\ & R_2 p_3 - R_3 p_2 = \text{const.}, \\ & R_3 p_1 - R_1 p_3 = \text{const.}, \end{aligned}\right. \tag{7}$$

ou, vectoriellement,

$$[\bar{R} \times \bar{p}] = \text{const.}, \tag{7'}$$

sont des intégrales premières du mouvement d'un électron libre.

La relation du vecteur $\overline{R}$ avec le spin $\bar{s}$ est très simple; on a

(8) $$i\overline{R} = \alpha_4 \bar{s}.$$

De plus, si l'on pose

$$\tau = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4,$$

on peut écrire

(9) $$R_k = \tau \alpha_k \qquad (k = 1, 2, 3).$$

Les relations (7) se démontrent immédiatement si l'on tient compte que

(10) $$\begin{cases} \varkappa \dot{R}_1 = 2cp_1\tau, \\ \varkappa \dot{R}_2 = 2cp_2\tau, \\ \varkappa \dot{R}_3 = 2cp_3\tau \end{cases}$$

et que

$$\dot{p}_k = 0.$$

En remplaçant (8) dans (7) les nouvelles intégrales prennent la forme

(11) $$[\bar{s} \times \bar{p}] = \alpha_4 . \text{const.} = \alpha_4 \bar{v},$$

v étant un opérateur constant, forme sous laquelle on voit clairement qu'elles ne sont pas une conséquence de (3) et (4); on a entre elles, cependant, la relation

(12) $$p_1 v_1 + p_2 v_2 + p_3 v_3 = (\bar{p}\bar{v}) = 0.$$

En tenant compte du fait que

$$\varkappa \dot{\tau} = 2H\tau,$$

les équations (10) s'intègrent facilement et donnent

(13) $$R_k = w_k - cp_1\tau_0 H^{-1} e^{-\frac{2H}{\varkappa}t},$$

w_k et τ_0 étant des opérateurs constants.

Le problème que nous traitons est de la catégorie de ceux qu'il suffit de poser pour résoudre. Il n'est pas difficile d'écrire les autres intégrales premières indépendantes de l'équation de Dirac et d'en dresser une liste complète, qui nous permette d'étudier un aspect de la différence qu'il y a entre un électron de Dirac et un électron ordinaire. Nous nous arrêterons pour l'instant sur la relation (7′) qui présente un intérêt particulier.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les différentes formes de mouvements pouvant être reproduites par le procédé des filets colorés entre deux surfaces, parallèles ou non, suffisamment rapprochées.* Note de M. D. **Riabouchinsky.**

En introduisant des bulles d'air dans un petit tunnel hydraulique à parois en verre et en projetant le mouvement sur un écran, Hele Shaw [1] a constaté que l'air rendait plus ou moins opaque toute la masse fluide, à l'exclusion d'une mince couche dans le voisinage immédiat des parois. La projection de cette couche limite apparaît, sur l'écran et les photographies, sous la forme d'une ligne brillante dessinant le contour de l'obstacle placé dans le courant. Pour expliquer ce phénomène Hele Shaw admit que le mouvement est tourbillonnaire au dehors de la couche limite, mais *irrotationnel* dans cette dernière. Guidé par cette hypothèse, dans le but d'obtenir des figurations de mouvements irrotationnels, il rapprocha les parois du tunnel à une distance de l'ordre de grandeur de l'épaisseur apparente de la couche limite et, en utilisant des filets colorés, aboutit effectivement à des figurations reproduisant fidèlement le mouvement d'un fluide parfait dérivant d'un potentiel uniforme. On est donc redevable à Hele Shaw de deux découvertes importantes : celle de la couche limite et de la méthode rappelée ci-dessus ; mais, pour ceux qui s'intéressent au processus de l'invention scientifique, le désaccord entre l'hypothèse qui suggéra cette seconde découverte et le fait que dans la couche limite le mouvement d'un fluide réel est toujours rotationnel, comme l'avait déjà démontré Boussinesq [2], mérite d'être mentionné. Dans la théorie rationnelle des expériences de Hele Shaw, donnée peu après par Stokes (*Brit. Ass. Rep.*, 1898, p. 143), les équations de Navier sont ramenées à la forme

$$(1)\qquad u' = -\frac{h^2}{3\mu}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad v' = -\frac{h^2}{3\mu}\frac{\partial p}{\partial y},$$

$2h$ étant la distance, supposée constante, entre les deux glaces et (u', v') la vitesse moyenne le long des segments $2h$; ce n'est donc que cette vitesse moyenne qui dérive d'un potentiel.

---

(1) *Trans. Inst. Nav. Arch.*, **40**, 1898, p. 21.
(2) *Comptes rendus*, **90**, 1880, p. 516.

J'ai démontré (¹) qu'on pouvait reproduire des mouvements irrotationnels multiformes en diminuant, le long des coupures, le passage libre entre les deux glaces (²). Cette remarque a trouvé une confirmation dans les recherches de Mme V. Popovitch-Schneider (³), qui ont apporté un complément important à celles de Hele Shaw.

Pour reproduire certains mouvements discontinus, tourbillonnaires, cycliques, on peut utiliser des *barrières réduites*, sous la forme de lamelles ou de *trous* ne se prolongeant pas jusqu'aux parois du tunnel. Par exemple, si, le long d'un segment de ligne, la composante tangentielle de la vitesse subit un saut brusque, tandis que la composante normale varie d'une façon continue, on peut, en utilisant les formules que j'avais obtenues, calculer la forme de la barrière permettant de reproduire ce mouvement. Le potentiel complexe de pareils mouvements s'obtiendra en ajoutant un terme xu_0 au potentiel du mouvement absolu déterminé par le déplacement, à une vitesse u_1, du segment de ligne (ou du contour) considéré, $u_0 \neq -u_1$. En cherchant à atténuer les *cassures* des filets colorés traversant une barrière dont la forme, qu'on n'aurait pas calculée préalablement, serait modifiée *a posteriori* par retouches successives, on pourrait reproduire approximativement des mouvements cycliques continus, sans connaître le potentiel complexe correspondant.

Supposons maintenant que la distance $2h$ entre les deux glaces est fonction des coordonnées x, y et que les dérivées partielles de h, prises par rapport à ces coordonnées, sont de l'ordre de grandeur de h, sauf, peut-être, sur certaines lignes critiques le long desquelles h peut varier brusquement. En transformant les équations de Navier, on retrouve les équations (1), mais h n'y est plus une constante. En introduisant la fonction de courant ψ et en nommant U le potentiel des forces extérieures, on peut écrire

$$(2) \quad u' = -\frac{h^2}{3\mu}\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{1}{h}\frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v' = -\frac{h^2}{3\mu}\frac{\partial p'}{\partial y} = -\frac{1}{h}\frac{\partial \psi}{\partial x}, \qquad p' = p - \mathrm{U}.$$

(¹) *C. R. du Vᵉ Congrès de la Navigation aérienne*, Section B (La Haye, 1930), p. 509.

(²) Si l'on trace la coupure du côté de l'obstacle où la vitesse est maxima, il faut, au contraire, *augmenter* le passage libre entre les parois. La formule déterminant dans ce cas la largeur ε de la *barrière* en fonction de la circulation c, de la vitesse u le long de la coupure, de la distance $2h$ entre les parois et de l'évasement $2l$ de la barrière, peut s'écrire : $cl^3 = \varepsilon u(l^3 - h^3)$.

(³) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1703.

Posons $h^3 = a^2 y$, $3\mu\varphi = -a^2 p'$, où a est une constante déterminant la distance maxima entre les parois du tunnel, et transformons les équations (2) comme suit :

$$(3) \qquad u = \frac{a^2}{h^2} u' = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{a^2}{h^2} v' = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Ces équations font voir que si la distance entre les parois du tunnel varie selon la loi $h^3 = a^2 y$ et la répartition des ouvertures, déterminant la position initiale des filets colorés, vérifie la relation $y_n^2 N = L^2 n$, où y_n est la distance de la $n^{\text{ième}}$ ouverture de l'axe de symétrie, 2L la largeur totale du tunnel et $2N - 1$ le nombre de toutes les ouvertures, les figurations qu'on obtiendra reproduiront le mouvement (u, v) dans un plan coupant l'axe de symétrie d'un solide de révolution placé dans un courant ; la distance entre les filets colorés, qu'il y aura avantage de prendre très fins, est caractérisée, dans le mouvement irrotationnel (u, v), par la condition

$$\psi_n - \psi_{n-1} = \text{const.} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N).$$

Le mouvement effectif moyen (u', v') est, dans ce cas, rotationnel.

Il est aussi possible, en généralisant la méthode qui vient d'être exposée, de l'appliquer aux expériences de M. F. Prazil relatives à la couche limite dans le cas d'une seule glace [1] et aux équations du mouvement d'un fluide compressible.

ASTRONOMIE. — *Mesures de l'énergie photochimique de la Lune obtenues pendant l'éclipse totale du 26 septembre* 1931. Note de M. G. **Blum**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous nous sommes proposé d'évaluer le rapport de l'énergie photochimique de la Lune pendant la totalité et après l'éclipse par la comparaison de photographies lunaires faites sur un même cliché.

Afin d'utiliser une plus grande variété de radiations, nous avons employé une plaque Lumière orthochromatique antihalo $6\frac{1}{2} \times 9$, marque Aviator, ces plaques ayant une sensibilité assez étendue dans le vert et le jaune.

Les photographies ont été prises à l'Observatoire de Paris, avec un

[1] *C. R. du IIe Congrès international de Mécanique appliquée* (Zurich, 1926), p. 474.

objectif de 57^{mm} d'ouverture et $0^{m},25$ de distance focale, donnant des images lunaires de $2^{mm},1$ de diamètre.

Les poses, d'une durée uniforme de 5 secondes, ont été obtenues à des intervalles voisins de 4 minutes, en maintenant la chambre fixe et en faisant varier la quantité de lumière reçue, dans un rapport calculable, au moyen de diaphragmes.

Cinq poses ont été faites *pendant la totalité*, vers le maximum de l'éclipse, de $19^{h}28^{m}$ à $19^{h}44^{m}$, avec des diaphragmes d'ouverture croissant de $10^{mm},2$ à $48^{mm},8$.

Les deux dernières poses, faites au voisinage de la plus grande phase, à $19^{h}40^{m}$ et $19^{h}44^{m}$, avec des ouvertures de $40^{mm},2$ et $48^{mm},8$, ont seules impressionné la plaque. Elles donnent, sous la forme d'un croissant, l'image du bord sud de la Lune qui, bien qu'entièrement dans l'ombre, était resté incomparablement plus lumineux que le reste du disque éclipsé.

Après la sortie de la pénombre, quinze autres poses ont été faites, de $23^{h}2^{m}$ à $0^{h}8^{m}$ le 27, en trois séries de cinq disposées parallèlement. Ces poses ont été obtenues avec interposition de diaphragmes d'ouvertures très faibles. Les diamètres de ces ouvertures, percées dans des lames de clinquant, varient de $0^{mm},23$ à $1^{mm},20$; ils ont été déterminés à l'aide d'une des machines de mesures de la Carte du Ciel. Les quinze poses ont toutes donné une impression sur la plaque.

La comparaison des plages fournies par les images lunaires a donné les résultats suivants :

1° L'opacité de l'image en croissant, obtenue pendant la totalité lors de la quatrième pose (diaphragme de $40^{mm},2$) est sensiblement la même que celle de la même région lunaire obtenue après l'éclipse à la première pose (diaphragme de $0^{mm},23$);

2° L'opacité de l'image en croissant, obtenue pendant la totalité lors de la cinquième pose (diaphragme de $48^{mm},8$) est, pareillement, semblable à celle de la même région lunaire obtenue après l'éclipse à la troisième pose (diaphragme de $0^{mm},28$).

Le rapport des énergies photochimiques émises pendant et après l'éclipse est donc, dans le premier cas :

$$\left(\frac{40^{mm},2}{0^{mm},23}\right)^2 = 30\,548$$

et, dans le second :

$$\left(\frac{48^{mm},8}{0^{mm},28}\right)^2 = 30\,377.$$

On remarquera toutefois que la hauteur de la Lune, d'environ 20° lors des poses faites pendant la totalité, s'est élevée à 40° pendant celles faites après l'éclipse. L'absorption atmosphérique, prépondérante dans la totalité, a donc eu pour effet d'exagérer le contraste, et les nombres exprimant les résultats obtenus doivent être, pour cette raison, légèrement diminués.

ÉLECTRONIQUE. — *Diffraction des électrons par des cristaux uniques.* Note (¹) de MM. **J.-J. Trillat** et **Th. v. Hirsch**, présentée par M. A. Cotton.

Depuis la découverte fondamentale de L. de Broglie, on sait que les électrons sont susceptibles d'être diffractés par les milieux cristallins en donnant lieu à des résultats analogues, dans leurs grandes lignes, à ceux présentés par les rayons X; toutefois, cette diffraction s'accompagne souvent de phénomènes particuliers, et elle est susceptible d'apporter un grand nombre de renseignements importants que ne peuvent fournir les rayons X; à ce point de vue, l'étude de cristaux uniques présente un grand intérêt.

Dans ce travail, nous avons étudié les phénomènes qui se produisent lorsqu'un pinceau d'électrons monocinétiques traverse une feuille d'or battu; nous avons réussi à mettre en évidence, par de beaux diagrammes, ainsi que sur l'écran, une diffraction intense par des cristaux uniques.

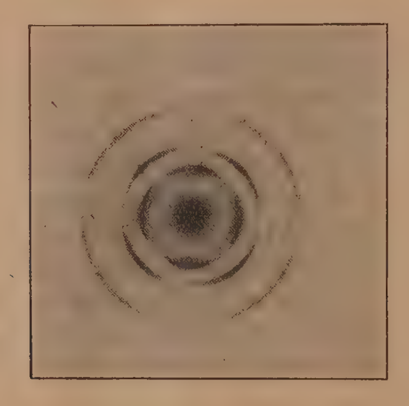
Dispositif expérimental. — L'appareil se compose d'une partie en verre, isolée, et d'une partie métallique (au sol), où se produit la diffraction. Les principales particularités de cet appareil, qui a été construit en vue de l'emploi d'un grand nombre de montages, sont les suivantes : 1° il peut fonctionner soit en tube à gaz, soit en tube Coolidge (filament incandescent), jusqu'à 120 000 volts; 2° le pinceau d'électrons primaires est extrêmement fin, grâce à un collimateur de 12^{cm} de long percé de deux trous de $\frac{1}{10}$ de millimètre; 3° les temps de pose sont extrêmement réduits (une fraction de seconde sur plaque, quelques secondes sur papier); 4° les images de diffraction sont visibles en plein jour sur des écrans spéciaux, l'énergie consommée n'étant que de quelques watts; 5° des jeux de rodages permettent, de l'extérieur, de faire réaliser tous les mouvements à la substance étudiée, ce qui permet l'exploration de tous ses points.

Étude des feuilles d'or battu. Diffraction par un cristal unique. — Le travail a consisté en l'étude de feuilles d'or battu obtenues par martelage (épaisseur $0^{\mu},1$ environ) avec des électrons de 50 kilovolts, dont la lon-

(¹) Séance du 12 octobre 1931.

gueur d'onde correspondante est, d'après la relation de L. de Broglie, égale à 0,053 Å. Les feuilles étaient fixées sur un support mobile dans le vide, et perpendiculaire au faisceau d'électrons; elles étaient explorées en leurs divers points. En certains endroits, il apparaît alors des diagrammes de diffraction tels que celui figuré ci-dessous (obtenu directement sur du papier *Velox* Kodak).

L'interprétation complète de nos résultats sera donnée dans un autre Mémoire. Nous avons trouvé que dans les feuilles d'or battu, les cristaux sont, par suite du martelage, orientés de façon que l'axe [100] soit per-



pendiculaire à la feuille, toutes les directions situées dans le plan de la feuille étant équivalentes. Le pinceau électronique étant très fin, il existe des positions de la feuille où la diffraction n'est produite que par un seul cristal ; le cliché ci-dessus est pris dans ces conditions, et représente la diffraction d'un pinceau monocinétique d'électrons par un cristal unique d'or dont la direction [100] (arête du cube) est parallèle à ce pinceau. Nous montrerons plus loin qu'il ne peut s'agir en effet d'un Faserdiagramme.

Nous avons réussi à vérifier théoriquement la position de toutes les taches du cliché (80 environ) ; elles représentent les réflexions sur tous les plans passant par l'axe [100] ainsi que sur les plans qui font un angle faible avec cet axe. Pour expliquer que tous ces plans sont susceptibles de réfléchir en même temps un pinceau d'électrons monocinétiques, il est nécessaire d'admettre que les cristaux sont légèrement courbés. Puisque l'angle de réflexion sélective correspondant à la longueur d'onde des électrons de 50 kilovolts est très petit (1° à 3°), il suffit que la courbure soit également de

quelques degrés. En rappelant que, par le martelage, l'épaisseur des lames d'or est réduite à moins d'un centième de sa valeur primitive, il est naturel que les cristaux soient en effet légèrement déformés.

En déplaçant la feuille pendant la pose, normalement au faisceau d'électrons, la diffraction est alors produite par un grand nombre de cristaux, et le diagramme obtenu est un diagramme de Debye-Scherrer avec des anneaux complets, comme nous l'avons vérifié; le fait que les cristaux sont orientés suivant la normale à la feuille ne peut donner lieu ici à un Faserdiagramme, puisque le faisceau primaire est parallèle à l'axe de l'orientation. Cette orientation n'intervient seulement que pour modifier les intensités relatives des anneaux, comparativement à un diagramme de cristaux non orientés.

Un diagramme de comparaison pris aux rayons X ne montre, sur ces feuilles d'or, que des anneaux complets de Debye-Scherrer, la feuille, dans cette expérience, étant bien entendu immobile. Ceci montre en particulier la supériorité, dans un cas tel que celui-ci, de la diffraction des électrons par rapport à la diffraction des rayons X, supériorité due essentiellement à la finesse du faisceau primaire et à la visibilité sur un écran, qui permet l'exploration systématique de tous les points de la substance étudiée.

C'est la première fois qu'on aie réussi à obtenir une diffraction d'électrons par des cristaux uniques métalliques en opérant par transmission. Nous nous proposons d'utiliser cette technique pour l'étude de cristaux uniques de cellulose, ainsi que pour d'autres recherches (polarisation des électrons par réflexion sur des réseaux cristallins).

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la polarisation moléculaire*. Note [1] de M. R. DE MALLEMANN, présentée par M. A. Cotton.

Les résultats généraux ont été indiqués dans une Note antérieure; je me propose de les préciser. Les polarisations des atomes dans une molécule constituent un système de vecteurs, appliqués aux sommets du polyèdre moléculaire. Ce système est entièrement défini par *deux* grandeurs invariantes : la *résultante* $\vec{P}$ et le moment relatif ou *automoment*, $M = (\vec{P}, \vec{\Gamma})$. Le couple résultant $\vec{\Gamma}$ n'est pas complètement fixé, *a priori*, car son moment

(1) Séance du 12 octobre 1931.

dépend de l'origine choisie : il est *minimum* par rapport à tout point de la droite P. D'autre part, le tenseur mesurant la polarisation symétrique définit seulement $\vec{P}$ en *grandeur* et *direction;* la considération du couple minimum fixe aussi la *position* de cette droite, par rapport à la molécule : c'est l'*axe central*. Dans le cas le plus général, la polarisation moléculaire est donc représentée par *deux* vecteurs, constituant un *torseur* (vis); ce torseur varie en grandeur, direction et position, quand on change la direction du champ imposé.

J'examinerai d'abord les cas de réduction. La condition nécessaire et suffisante pour que la polarisation *moléculaire* se réduise à un vecteur *unique* $\vec{P}$ est que l'automoment soit nul : $M = 0$. La résultante $\vec{P}$ est alors définie en grandeur, direction et position : c'est la *droite de moment nul* (unique). Néanmoins le *point d'application* du vecteur $\vec{P}$, le long de la droite, est encore indéterminé. Du point de vue physique, il serait absurde de placer ce point à grande distance de la molécule [1], mais l'indétermination peut être levée par l'analyse. Il suffit de considérer l'ensemble des systèmes de vecteurs correspondant à toutes les directions possibles du champ imposé. D'une manière générale, les *axes centraux* dépendent des *deux* paramètres, fixant la direction du champ. Ces droites forment donc une *congruence* et peuvent envelopper une *surface* focale. Mais on voit facilement que cette surface se réduit à un point, quand la molécule possède au moins *deux* plans de symétrie. Dans ces conditions, il existe un *point de moment nul*, indépendant de la direction du champ, où se coupent toutes les résultantes $\vec{P}$. Ce point, invariablement lié à la molécule, ne coïncide pas nécessairement avec le centre de figure (sauf pour les molécules isotropes), car sa position dépend à la fois des propriétés *géométriques* et *physiques* de l'assemblage. J'ai proposé de l'appeler *centre de polarisation*. Ses coordonnées, rapportées aux axes moléculaires *principaux* [2], $(\Sigma\alpha = \Sigma\beta = \Sigma\gamma = 0)$,

---

(1) La position de ce point est évidente, *a priori*, quand la molécule est symétrique *centrée*, mais ce cas serait très particulier (puisqu'il ne s'agit pas des réseaux mais du contenu de leurs mailles). Les molécules sont, en général, *hémièdres* (par exemple, tous les tétraèdres plus ou moins symétriques).

(2) On les obtient aussi bien par rapport à des axes quelconques, mais les expressions seraient plus longues à écrire.

mais à une origine arbitraire, sont :

$$\xi = \frac{\Sigma(bx - \beta y)}{\Sigma b} = \frac{\Sigma(cx - \gamma z)}{\Sigma c};$$

$$\eta = \frac{\Sigma(cy - \alpha z)}{\Sigma c} = \frac{\Sigma(ay - \beta x)}{\Sigma a};$$

$$\zeta = \frac{\Sigma(az - \gamma x)}{\Sigma a} = \frac{\Sigma(bz - \alpha y)}{\Sigma b}.$$

a, b, c désignant les susceptibilités diagonales des *atomes* et α, β, γ leurs susceptibilités latérales. La *position* des *trois* plans principaux et des *trois* axes principaux est ainsi déterminée (1).

Je reviens au cas général, qui serait celui d'une molécule *asymétrique* (2). L'automoment M est alors différent de zéro, sauf pour les directions du champ situées sur un certain cône qui définit les droites de moment nul (3). Ces droites appartiennent à la congruence des axes centraux, mais ceux-ci ne se coupent plus en un même point pour *toutes* les directions du champ. Il existe néanmoins toujours *trois axes centraux rectangulaires*, tels que la résultante $\vec{P}$ soit parallèle au champ imposé : ce sont les axes principaux de la molécule (torsionnels), qui sont ainsi fixés en direction et position, mais ne se coupent pas, en général. Leurs plus courtes distances définissent un parallélipipède dont le centre peut être considéré comme le centre de polarisation *moyen*. A proprement parler, il n'existe plus de *plans* principaux; leur orientation est seule définie (par le tenseur). Quand on fait tourner le

(1) Dans le cas de la polarisation *optique*, la position du centre peut dépendre de la longueur d'onde.

(2) J'écarte provisoirement le cas d'un *seul* plan de symétrie qui exige une étude spéciale.

(3) L'automoment est une fonction quadratique des composantes du champ, dont les coefficients dépendent des susceptibilités et des coordonnées de tous les atomes. Dans les cas de symétrie, ces coefficients s'annulent identiquement, et l'on obtient ainsi les relations indiquées plus haut, qui définissent les coordonnées (ξ, η, ζ) d'un point fixe. *Exemple :* tétraèdre à base équilatérale (a); le centre est sur la hauteur h, à une distance $x'p$ de la base

$$\zeta = \frac{hA_4}{3A_1 + A_4}\left\{1 + \frac{3A_1}{3A_1 + A_4}\left[A_1\left(\frac{3a^2}{l^5} - \frac{3}{l^3} - \frac{1}{a^3}\right) + \frac{A_4}{l^3}\right]\right\},$$

à l'approximation du deuxième ordre. Pour $a = l$ et $A_1 = A_4$ on a $\zeta = \frac{h}{4}$.

champ, parallèlement, à une de ces directions de plans, la résultante $\vec{P}$ décrit une surface réglée (*genre* hélicoïde ondulé), dont toutes les génératrices sont parallèles au plan. L'axe central passe d'une direction principale à l'autre, en tournant et glissant le long d'une arête du parallélépipède; les *projections* de $\vec{P}$ sur le plan sont les ellipses de la théorie classique. La dissymétrie de l'assemblage est mesurée, suivant chaque direction, par la valeur de l'automoment M, c'est-à-dire par le volume du tétraèdre de Chasles.

OPTIQUE. — *Sur la constitution des solutions tirée des mesures d'absorption.* Note de M. **P. Vaillant**, présentée par M. A. Cotton.

On sait depuis longtemps que l'absorption des électrolytes colorés, modifiée par changement de concentration ou de solvant, ou par addition d'électrolytes incolores, ne varie pas en conformité avec la théorie d'Arrhenius ([1]). L'absorption moléculaire reste constante dans un large domaine où, d'après cette théorie, le degré de dissociation subit déjà de fortes variations. Les changements n'apparaissent que lorsque devient considérable la concentration des ions de signe contraire à l'ion coloré. D'après Fajans ils sont attribuables à l'apparition progressive d'associations d'ions, formées des mêmes éléments que les molécules, mais de constitution et de propriétés optiques différentes.

La question se pose de savoir si cette constitution et ces propriétés sont ou non indépendantes de la nature et de la densité des ions libres qui les entourent. Dans leurs recherches sur l'acide nitrique et les nitrates, von Halban et Eisenbrand ([2]) concluent à l'affirmative du fait que les courbes d'absorption relatives à diverses concentrations ioniques ont un point commun, d'où résulte qu'elles correspondent à des titres variables d'un mélange de deux mêmes éléments absorbants, l'ion libre et le couple d'ions associés. Mais les courbes ont des coefficients angulaires très voisins et leurs intersections mutuelles sont mal définies.

La propriété suivante, facile à établir, fournit un moyen de contrôle plus précis : *Si x et y sont les coefficients d'extinction relatifs à deux* λ

([1]) Je signalais déjà cette anomalie dans ma Thèse en 1902.

([2]) *Z. für phys. Ch.*, **132**, 1928, p. 401.

déterminés, la courbe $y = f(x)$ qui relie les points figuratifs d'une série de solutions contenant un mélange à titre variable de deux mêmes éléments absorbants est une droite ([1]).

Une solution concentrée de $CoCl^2$, légèrement acidulée par HCl pour éviter l'hydrolyse, est étendue au cinquième successivement avec de l'eau, de l'alcool et une série de solutions de chlorures incolores dont la concentration est réglée de sorte que toutes les solutions réalisées aient sensiblement même indice ([2]), ceci en vue d'éviter les perturbations résultant des déplacements de Kundt.

A l'exception de la solution mère, prise sous l'épaisseur de $0^{mm},8$, les autres sont examinées au spectrophotomètre ([3]) sous une même épaisseur de 4^{mm}. L'examen porte sur dix radiations équidistantes de l'intervalle 4800-5700 Å.

Les courbes d'absorption déduites des mesures s'emboîtent sans se couper, avec maximum très sensiblement au même point, voisin de 5500 Å. Les déplacements de bande qu'on observe avec des solutions d'indices différents et que j'ai signalés dans une précédente Note ([4]) sont en conséquence imputables à l'effet Kundt.

Lorsqu'on prend pour coordonnées les colog $\cos\alpha$ correspondant à deux λ déterminés différents λ_1 et λ_2, les points figuratifs des deux solutions aqueuses et de la solution alcoolique sont bien en ligne droite, mais ceux qui correspondent à des solutions à électrolyte étranger, bien que voisins de la droite précédente, s'en écartent de quantités en général supérieures aux erreurs de mesure. Exemple (la dernière rangée donne les écarts d'ordonnée avec la droite définie par les trois premières solutions) :

([1]) Lorsqu'il s'agit, comme dans ce qui va suivre, de solutions également concentrées en électrolyte coloré et ayant sensiblement même indice, au lieu des coefficients d'extinction qui demandent deux mesures sous deux épaisseurs différentes, il est plus simple et plus précis de n'en effectuer qu'une sous une épaisseur déterminée et de prendre pour coordonnées les cologarithmes du cosinus de l'angle α des nicols qui correspond à l'équilibre photométrique. Dans la mesure où l'on peut admettre que les pouvoirs réflecteurs des solutions examinées sont les mêmes, la propriété précédente s'applique aussi à ces nouvelles coordonnées.

([2]) Indices compris entre 1,37 et 1,38, à l'exception de la solution aqueuse d'indice 1,343.

([3]) Spectrophotomètre Yvon avec dispositif photo-électrique.

([4]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 747.

	Mère.	Eau.	Alcool.	Na Cl.	K Cl.
Colog $\cos\alpha_{4900} \times 10^3$	98	75	167	127	132
Colog $\cos\alpha_{5400} \times 10^3$	250	214	265	298	307
Écarts $\times 10^3$				+2	+3
	Li Cl.	Ba Cl².	Sr Cl².	Zn Cl².	Cd Cl².
Colog $\cos\alpha_{4900} \times 10^3$	92	114	128	87	104
Colog $\cos\alpha_{5400} \times 10^3$	247	269	297	225	249
Écarts $\times 10^3$	+6	−6	−1	−8	−11

On conclùt de là que, dans l'association formée par Co^{++} et Cl^-, les propriétés optiques, si elles paraissent indépendantes de la densité d'ions Cl^- dans le milieu, sont légèrement influencées par la présence simultanée, dans ce milieu, de cations étrangers [1].

Le procédé de contrôle utilisé est plus précis que celui qui consisterait à appliquer cette autre proposition, laquelle ne fait intervenir que des différences : *Étant données trois solutions contenant des mélanges à titres différents de deux mêmes éléments absorbants, si x, y, z sont leurs coefficients d'extinction pour un même λ quelconque, la courbe $z - x = f(y - x)$ est une droite.*

Dans le cas particulier des sels de Co la vérification de cette proposition ne permettrait même aucune conclusion. En effet, sauf au voisinage immédiat du maximum qu'il n'est guère possible de dépasser en raison de la perte de sensibilité de la cellule photo-électrique, les courbes d'absorption individuelles sont quasi linéaires, d'où résulte que leurs combinaisons le sont nécessairement aussi. Exemples :

λ	4800.	4900.	5000.	5100.	5200.	5300.	5400.	5500.	5700.
$(\text{Colog}\cos\alpha \times 10^3)_{eau}$	34	75	106	136	166	195	214	220	181
$(\text{Colog}\cos\alpha \times 10^3)_{LiCl}$	48	92	130	162	195	226	247	256	214

SPECTROSCOPIE. — *Étude de quelques spectres d'absorption de liquide dans le proche infrarouge au moyen d'une cellule photorésistante.* Note [2] de M. R. **Freymann**, présentée par M. A. Cotton.

Les recherches sur l'absorption des corps dans l'infrarouge demandent à être faites avec un dispositif optique ayant la plus grande dispersion possible; à ce point de vue l'emploi *d'un réseau comme appareil dispersif* est

(1) En appliquant le même mode de vérification aux résultats numériques publiés par Von Halban et Eisenbrand (*loc. cit.*), on arrive à une conclusion analogue en ce qui concerne les associations d'ions formés par NO^{3-}.

(2) Séance du 12 octobre 1931.

avantageux; mais, par suite des pertes de lumière dans les spectres des divers ordres, cet emploi nécessite un appareil *récepteur* très sensible; aussi, au lieu d'utiliser les appareils récepteurs généralement employés (¹), j'ai utilisé, en liaison avec un amplificateur à triodes, la *cellule thalofide* de Céma Fournier (²) qui est d'une remarquable sensibilité dans la région $0^{\mu},85$-$1^{\mu},15$.

Montage expérimental. — La source de lumière est une lampe pointolite 1000 B; la cuve d'absorption a 50^{mm} de long; le collimateur et la lunette du spectromètre, ouverts à $f/10$ ont 600^{mm} de distance focale et une fente de $0^{mm},1$ de large; on utilise par réflexion le premier ordre d'un réseau plan de Rowland (568 traits au millimètre) dont on peut apprécier une rotation de 20″, ce qui correspond à un déplacement de 3 Å dans le spectre; la largeur que la fente de sortie du spectromètre occupe dans le spectre ($0^{mm},1$) correspond sensiblement à ces 3 Å; l'étalonnage en longueurs d'onde des positions du réseau se fait à ± 3 Å près au moyen de la raie $1^{\mu},0140$ de Hg. Un verre rouge interposé entre la fente de sortie et la cellule photorésistante supprime le spectre du second ordre du réseau.

Un diapason placé devant la fente du collimateur module la lumière à la fréquence de 96 vibrations par seconde. Les variations de résistance, sous l'action de la lumière, de la cellule photorésistante produisent des variations de courant dans le circuit grille d'une première triode; le courant variable obtenu dans le circuit plaque est amplifié par les trois étages d'un amplificateur B. F. à résistance, puis envoyé (après passage dans un circuit filtre, puis redressement par un contact cuivre-oxyde de cuivre) dans un galvanomètre d'Arsonval ordinaire (sensibilité $0,5 \times 10^{-9}$ ampère par millimètre sur l'échelle à 2^{m}; période 4 secondes).

On peut ainsi déterminer d'une part la position du réseau, donc la *longueur d'onde* d'autre part, *la transmission* de la substance pour la radiation étudiée.

La *position des bandes bien définies se détermine avec une précision de* ± 5 Å; de plus l'étalonnage en λ ne présente pas les erreurs systématiques d'étalonnage des spectromètres à prismes.

Résultats. — Parmi les liquides étudiés ainsi se trouvent douze alcools acycliques primaires, saturés, normaux (du méthylique au tétradécylique) qui, dans la région spectrale étudiée, présentent trois bandes voisines de 0,9, 0,9631 et 1^{μ} [cette région a été étudiée avec une faible dispersion par Sappenfield (*Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 37), et Ellis (*Phys. Rev.*, *passim.*, 1924 à 1929)].

Dédoublement et effet d'homologie. — Les bandes de 0,9 et 1^{μ} sont con-

(¹) J. Lecomte, *Le spectre infrarouge*, p. 10-62, Paris, *Les Presses Universitaires.*
(²) R. Dubois, *Journ. de Phys.*, 9, 1928, p. 310.

sidérées comme les harmoniques 4 et 3 de la bande de 3$^{\mu}$,4 (liaison C-H); la dispersion utilisée a permis de constater les faits suivants :

1° *Les bandes de* 0,9 *et* 1$^{\mu}$ *sont résolubles chacune en plusieurs composantes.* Chaque bande de 0,9 et 1$^{\mu}$ est formée d'au moins deux composantes : pour les premiers termes de la série, la bande de plus courte λ est la plus intense, au delà du terme en C^6 elle est la plus faible et peut n'être marquée que par un point d'inflexion de la courbe; l'observation de diverses bandes faibles me conduit d'ailleurs à dire, sous quelques réserves, que les bandes sont non seulement doubles mais triples.

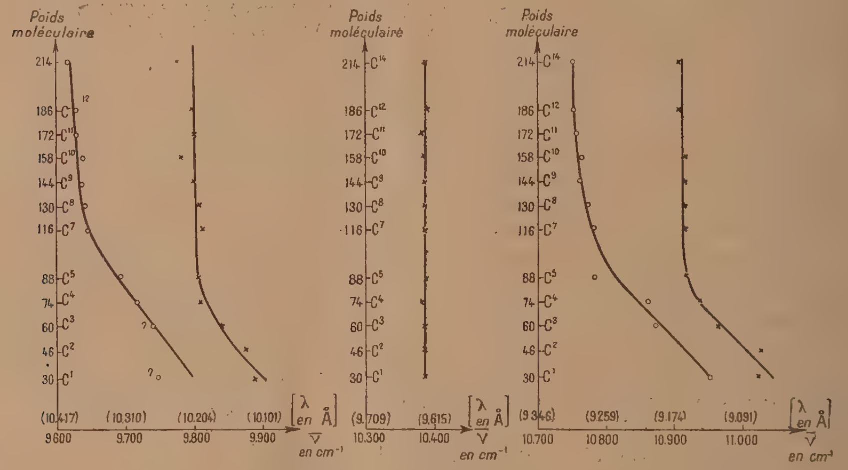


Fig. 1A. — Bandes de 1$^{\mu}$. Fig. 1B. — Bande de 0$^{\mu}$,9631. Fig. 1C. — Bandes de 0$^{\mu}$,9.

2° Pour chacune des deux composantes principales des bandes de 0,9 et 1$^{\mu}$, *lorsqu'on monte dans une série homologue le maximum de la bande se déplace vers les grandes longueurs d'onde, en tendant vers une* λ *limite*, c'est ce que montrent les figures 1_A et 1_C.

Ces observations ont été confirmées par l'étude des bandes de 0,9 et 1$^{\mu}$ de six aldéhydes et sept alcooylhalogènes.

Des dédoublements ou déplacements ne semblent pas, faute d'une dispersion suffisante, avoir été observés quantitativement sur la bande fondamentale de 3$^{\mu}$,4 [1]; par contre, l'étude des spectres Raman montre [2] une complexité et des déplacements des raies voisines de 3000 cm^{-1} (C-H) que l'on peut rapprocher des constatations faites plus haut.

(1) W. Weniger, *Phys. Rev.*, 31, 1910, p. 388. — J. Lecomte, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 825.

(2) K. Kohlrausch, *Der Smekal Raman Effekt*, p. 146, Springer, 1931.

Liaison O-H. — La bande de $0^{\mu},9631$, qui n'a pas encore été signalée, est vraisemblablement l'harmonique 3 de la bande de 3^{μ} caractéristique de O-H ; en effet : 1° je n'ai pas observé cette bande dans le spectre d'alcooylhalogènes ; 2° comme le montre la figure 1_B, *la bande* $0^{\mu},9631$ *ne se déplace pas lorsque l'on monte dans la série homologue* [une observation semblable a été faite dans le spectre Raman de la liaison S-H (1)] ; 3° le spectre d'absorption de *l'eau présente une large bande dont le maximum est voisin de* $0^{\mu},9730$ (O-H de H^2O).

Il est d'ailleurs intéressant de noter que, dans le spectre *d'alcools contenant un noyau benzénique* (alcools benzylique, phényléthylique, phénylpropylique, méthylbenzylcarbinol, etc.), j'ai observé une bande intense toujours située, aux erreurs d'expérience près, à $0^{\mu},9778$, bande que je suis amené à attribuer également à O-H (2).

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Sur la sensibilité des cellules photo-électriques à l'oxyde cuivreux du type à grille de cuivre. Comparaison avec l'absorption optique et la photoconductivité de* Cu^2O. Note (3) de M. L. **Dubar**, présentée par M. Paul Janet.

MM. Pierre Auger et Charles Lapicque (4) ont étudié la variation dans le spectre de la sensibilité de cellules photo-électriques constituées par une plaque de cuivre oxydé recouverte d'un dépôt cathodique transparent d'or ou d'argent. Dans ces cellules, le phénomène est localisé à la surface de séparation de l'oxyde et du dépôt cathodique et le sens du courant est du cuivre à l'oxyde dans le circuit extérieur.

La même Note signale incidemment un autre effet, de sens inverse, qui prédomine dans les cellules où la couche métallique transparente est remplacée par une grille de cuivre en contact intime avec l'oxyde. Il me paraît intéressant de donner quelques indications sur ce type particulier de cellules.

Le courant photo-électrique est, dans de grandes limites de variation de l'éclairement, proportionnel à l'énergie lumineuse incidente. La sensibilité,

---

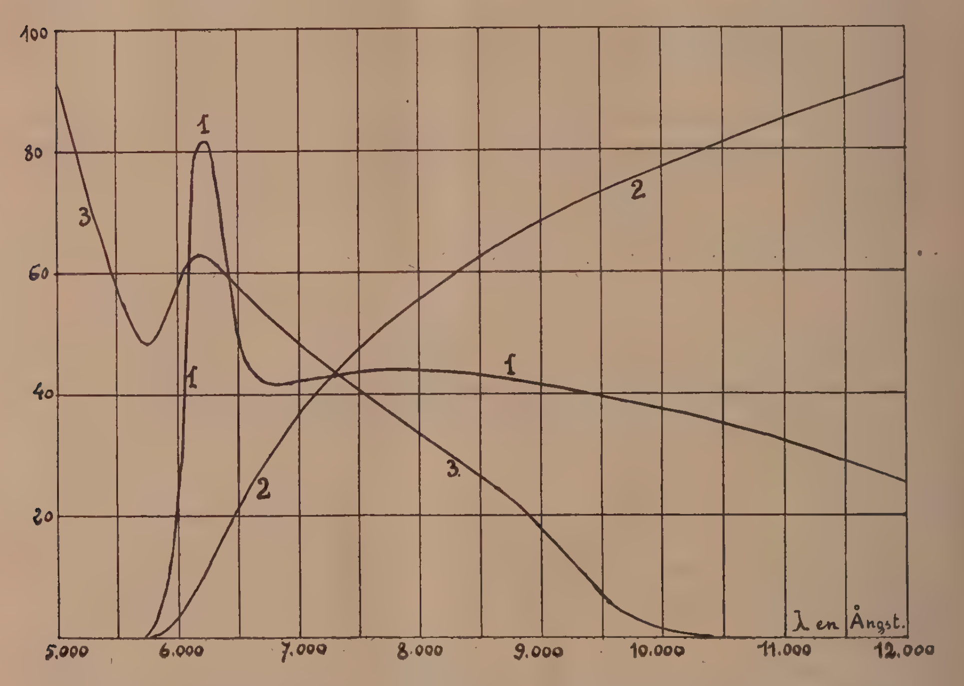
(1) K. Kohlrausch, *loc. cit.*

(2) Je me suis, bien entendu, assuré que les bandes de $0^{\mu},9631$ et $0^{\mu},9778$ ne provenaient pas de traces d'eau dans l'alcool.

(3) Séance du 5 octobre 1931.

(4) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 319.

pour la radiation totale d'une lampe à incandescence dans le vide, varie de 7 à 15 microvolts par lux suivant les échantillons, à la température de 15° C. La résistance intérieure est de l'ordre de 4000 ohms par centimètre carré de surface couverte par la grille. Le domaine d'utilisation est le rouge et le proche infrarouge



La courbe 1 représente les variations du courant photo-électrique avec la longueur d'onde des radiations incidentes. La sensibilité apparaît assez brusquement vers 5750 Å, et atteint un maximum aigu vers 6200. A 12000 Å, limite d'emploi du spectrographe utilisé, le courant est encore égal à 30 pour 100 du courant maximum.

La courbe 2 donne, en unités arbitraires, l'énergie lumineuse transmise à travers une lamelle d'oxyde. On voit que le début de la bande de transmission coïncide avec le seuil de sensibilité de la cellule, ce qui confirme l'hypothèse de la localisation de l'effet dans la portion de l'oxyde voisine du cuivre.

A titre de comparaison, la courbe 3 indique le courant de conduction photo-électrique d'un échantillon de Cu^2O du type semi-isolant, dont la

préparation a été décrite dans une Note précédente (¹). Observons que c'est vraisemblablement cet oxyde qui existe dans la couche voisine du cuivre, où l'effet est ici localisé, tandis que la couche extérieure, siège du phénomène dans les cellules à dépôt cathodique, est constituée par l'oxyde du type conducteur de propriétés très différentes.

On remarque, sur la courbe 3, un minimum coïncidant avec le début de la bande de transmission optique, suivi d'un maximum assez voisin de celui de la courbe 1.

La sensibilité des cellules à grille décroît rapidement et de façon réversible lorsque la température s'élève. Les chiffres ci-dessous se rapportent à une cellule de $8^{cm^2},2$ de surface de grille, soumise à un éclairement constant de 400 lux environ, produit par une lampe à incandescence à atmosphère gazeuse. Les températures étaient mesurées par un couple thermo-électrique cuivre-constantan en contact intime avec le cuivre de base de la cellule, l'ensemble étant placé au fond d'une boîte métallique profonde chauffée au bain-marie.

Température (degrés C.)	15.	20.	25.	30.	35.	40.	50.	60.
f. e. m. millivolts (potentiomètre)	3,33	2,58	1,91	1,48	1,13	0,87	0,48	0,25
Courant microampères (galvanomètre 59 ohms)	3,43	3,20	2,98	2,74	2,50	2,28	1,80	1,34

Pour les mesures spectrographiques, j'ai utilisé un monochromateur Van Cittert éclairé par une lampe Pointolite. Les indications du galvanomètre étaient ramenées à l'unité d'énergie grâce à un étalonnage préalable de l'ensemble au moyen d'un couple thermo-électrique.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur les potentiels de dépôt du cuivre dans les solutions complexes d'halogénures cuivreux.* Note (²) de MM. **N. Thon** et **J. Pinilla**, présentée par M. G. Urbain.

On sait qu'il est possible de déposer du cuivre en électrolysant une solution de chlorure cuivreux dans un excès de chlorure alcalin ou d'acide chlorhydrique (³). Nous avons entrepris une étude du dépôt du cuivre dans

(¹) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 341.
(²) Séance du 12 octobre 1931.
(³) P. P. Fedotieff, *Z. anorg. Chem.*, 173, 1928, p. 81.

les solutions d'halogénures et de sulfocyanure cuivreux, tous solubles dans un excès du sel alcalin et de l'hydracide correspondants. Nous avons employé les solutions suivantes (les concentrations sont exprimées en mol-gr/litre) :

Chlorure.			Iodure.		
Cu Cl.	Na Cl.	H Cl.	Cu I.	K I.	H I.
0,5	4	1	0,5	5	0
»	3	2	»	4	1
»	2	3	»	3	2
»	1	4	»	2	3
»	0	5	—	—	—

	Bromure.			Sulfocyanure.	
	Cu Br.	K Br.	H Br.	Cu CNS.	K CNS.
(*a*)...	0,5	3	1,5	0,25	6
(*b*)...	»	2	3	—	—
(*c*)...	»	1	4,5	—	—
(*d*)...	»	0	6	—	—

Dans toutes ces solutions, le métal se déposait sans dégagement visible d'hydrogène. Notre attention s'est portée principalement sur l'étude de la relation entre le potentiel de dépôt cathodique et la densité de courant. Les mesures de potentiel ont été effectuées par rapport à l'électrode saturée de calomel, la solution étant agitée et protégée contre l'oxydation par une couche d'huile de vaseline. L'anode était en cuivre, la cathode en cuivre électrolytique. Nous donnons ci-après, à titre d'exemple, les résultats obtenus avec les solutions de bromure à 25° C.

En abscisses sont portés les potentiels de cathode en millivolts, par rapport à l'électrode normale à hydrogène, en ordonnées les densités de courant en milliampères par centimètre carré. Nous utilisons les courbes descendantes, c'est-à-dire celles obtenues avec des densités de courant décroissantes.

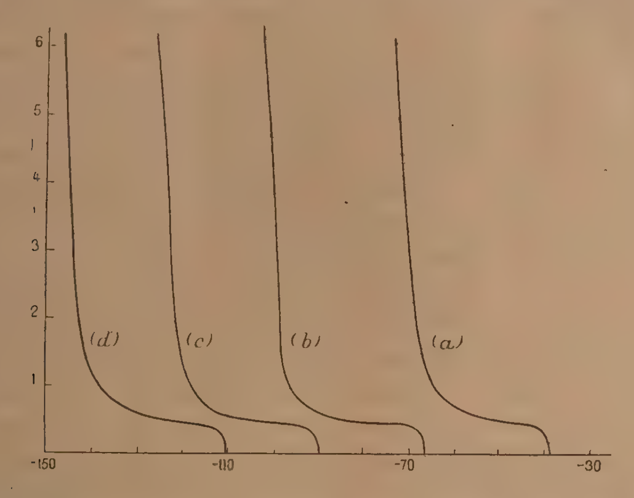
Des courbes d'allure analogue ont été obtenues avec les autres solutions d'halogénures cuivreux. Elles présentent toutes la particularité suivante : au début, pour une densité de courant faible, le potentiel est relativement positif, puis la courbe présente un palier pour aboutir à des valeurs de potentiel nettement plus basses à partir d'une certaine densité de courant. La densité de courant continuant d'augmenter, le potentiel ne se déplace que très faiblement vers des valeurs plus basses.

L'existence du saut du potentiel et du palier de la densité de courant peut s'expliquer si l'on admet que pour des intensités de courant inférieures ou

égales à celles qu'indique le palier, le processus cathodique consiste dans une *réduction* de l'ion *cuivrique* en ion cuivreux :

(1) $$Cu^{++} + \Theta \rightarrow Cu^{+}.$$

L'ion cuivrique est en effet toujours présent dans la solution du sel cui-



vreux, puisqu'il se *reforme* au contact de la cathode, sans intervention de processus électronique, par la réaction purement chimique

$$2Cu^{+} \rightarrow Cu^{++} + Cu.$$

Tant que la densité de courant reste basse, la vitesse de formation de l'ion cuivrique est suffisante pour alimenter le courant par sa réduction à l'état cuivreux. A partir d'une certaine densité de courant, la formation chimique des ions cuivriques ne suffit plus : c'est alors qu'intervient la décharge électrochimique de l'ion cuivreux

(2) $$Cu^{+} + \Theta \rightarrow Cu.$$

Il reste à démontrer que le processus (2) exige un potentiel plus bas que (1). Le potentiel de la réduction (1) s'exprime par

$$\varepsilon_1 = 0,17 + \frac{RT}{F} \log \frac{[Cu^{++}]}{[Cu^{+}]}.$$

Le potentiel de décharge (2) est représenté par

$$\varepsilon_2 = 0,52 + \frac{RT}{F} \log [Cu^{+}].$$

Donc, si la concentration en ions cuivreux augmente, ε_1 diminue, ε_2 croît. Dans nos solutions, qui contiennent le cuivre monovalent à l'état d'ion complexe, la concentration effective de Cu^+ est au contraire fortement diminuée, ce qui déplace ε_1 vers les valeurs plus élevées, ε_2 vers les valeurs plus basses. La décharge directe de l'ion cuivreux se fera donc à des potentiels plus bas que la réduction $Cu^{++} \rightarrow Cu^+$.

La valeur de l'ordonnée du palier permet d'évaluer la vitesse de formation d'ions cuivriques à partir d'ions cuivreux. Si, en effet, la densité de courant de 0,5 milliamp./cm² représente la vitesse avec laquelle *tous* les Cu^{++} formés par unité de temps sont réduits par le courant à l'état monovalent, il doit se former par seconde et par centimètre carré environ 5.10^{-9} mol-gr d'ions cuivriques.

La hauteur du palier est d'ailleurs variable suivant la solution employée. Elle est d'environ 0,5 milliamp./cm² dans le cas des chlorures et des bromures, beaucoup plus faible avec les iodures; elle semble s'élever d'autant plus que la solution est plus acide. La solution de sulfocyanure cuivreux ne présente qu'un palier de hauteur minime. Par contre, le saut du *potentiel* est très prononcé dans *tous* les cas.

A concentrations totales d'ion halogène (sel + acide) égales, les courbes sont d'autant plus déplacées vers les valeurs négatives des potentiels que la teneur en acide est plus élevée. Les potentiels de dépôt deviennent de plus en plus bas dans la série chlorure-bromure-iodure, ce qui met en évidence la tendance de plus en plus grande qu'ont les éléments correspondants à former des ions complexes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hétéroazéotrope ternaire constitué par le sulfure de carbone, l'acétone et l'eau.* Note [1] de M. **W. Swietoslawski** et Mlle **L. Wajcenblit**, présentée par M. C. Matignon.

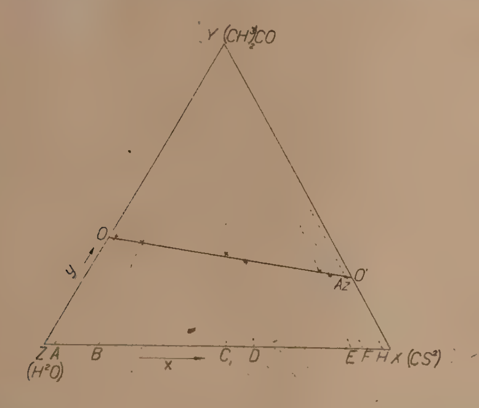
Nous avons appliqué la méthode décrite il y a quelque temps par l'un de nous [2], pour étudier l'hétéroazéotrope ternaire : sulfure de carbone-acétone-eau. Pour déterminer les constantes azéotropiques, nous nous sommes servi d'un ébullioscope différentiel avec déflegmateur construit par l'un de nous [3] en mesurant pour chaque mélange la température d'ébullition $t_{éb}$ du

(1) Séance du 12 octobre 1931.

(2) W. Swietoslawski, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 488.

(3) W. Swietoslawski, *Bull. intern. Ac. Sc. polonaise*, A, 6, 1930, p. 504.

liquide et celle de condensation t_{con} de la vapeur soumise à une déflegmation préalable. Avant de commencer chaque série de mesures on remplissait l'ébullioscope d'un mélange connu d'eau et de sulfure de carbone, puis on y introduisait peu à peu l'acétone. De cette manière nous avons pu suivre les variations des températures $t_{éb}$ et t_{con} pour des mélanges dont la composition variait comme l'indiquent les six droites AY, BY, CY, etc. (voir la figure), surpassant toujours la ligne d'hétéroazéotropie OO'. Au commen-



cement les températures $t_{éb}$ et t_{con} baissaient rapidement et la différence $t_{éb} - t_{con}$ augmentait, puis ladite différence diminuait, pour devenir nulle au point où la température d'ébullition atteignait son minimum. A ce moment le point représentant la composition du mélange se trouvait sur la ligne d'hétéroazéotropie OO', et la température d'ébullition était égale à celle de l'hétéroazéotrope t_{Az} (point Az).

Au cours de nos mesures, nous exprimions les températures $t_{éb}$ et t_{con} en degrés d'une échelle arbitraire, en les comparant immédiatement avec la température d'ébullition t_{Az} de l'hétéroazéotrope lui-même. Celui-ci avait été préparé préalablement par une distillation soignée du mélange des trois composants en question, en proportions convenablement choisies. Cet hétéroazéotrope se trouvait dans un ébullioscope simple et bouillait pendant toute la durée de l'expérience. Enfin la température t_{Az} elle-même fut déterminée à l'aide d'un thermomètre à résistance et rapportée à la température d'ébullition de l'eau bouillant sous la même pression. D'après ces données nous avons calculé la température d'ébullition de l'hétéroazéotrope sous la pression normale : 38,042° C.

Les autres constantes de notre hétéroazéotrope sont les suivantes : la

composition exprimée en poids : sulfure de carbone 75,21 pour 100; acétone 23,98 pour 100; eau 0,81 pour 100; l'équation de la ligne d'hétéroazéotropie OO′, rapportée aux axes YXX (voir la figure) est

$$x + 6,363y = 227,8;$$

les ordonnées du point O : $x_0 = 0$; $y_0 = 35,80$; du point O′ : $x'_0 = 76,17$; $y'_0 = 23,83$. Les pourcentages des volumes occupés par 100^{cm^3} d'hétéroazéotrope à 38° C. sont : 1,8 pour 100 de la phase supérieure et 98,2 pour 100 de la phase inférieure. Les points de trouble sont situés très près des points O et O′.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les réseaux cristallins de la thomsonite et de la mésotype.* Note de M. **J. Wyart**.

La thomsonite et la mésotype sont deux zéolites orthorhombiques qui répondent respectivement aux formules $Si^2Al^2Ca(Na^2)O^8 2,5H^2O$ et $Si^3Al^2Na^2O^{10}.2H^2O$. J'ai déterminé, par la méthode du cristal tournant en utilisant le rayonnement $K\alpha$ du cuivre, les dimensions de leur maille élémentaire et leur groupe de symétrie. Des analogies remarquables apparaissent qui suggèrent une grande similitude dans le mode d'arrangement des atomes entrant dans la composition de ces deux minéraux.

Thomsonite. — Les cristaux provenaient les uns de Bishopton (Écosse) (Collection du Muséum), les autres du Vésuve (Collection Vésignié). Les valeurs des trois paramètres principaux sont :

$$a = 13,02 \text{ Å}, \quad b = 13,14 \text{ Å}, \quad c = 13,22 \text{ Å},$$

la précision étant de l'ordre du $\frac{1}{200}$. Les clichés obtenus en faisant tourner le cristal autour de la direction [001] (direction d'allongement) présentent la particularité suivante : des strates parallèles de taches intenses alternent avec des strates de taches très faibles, qui ne sont bien visibles que sur les clichés très poussés. Si l'on ne tenait compte que des strates de taches fortes, on conclurait que la période avec laquelle se reproduisent les atomes dans la direction [001] est 6,61 Å; la présence des strates de taches faibles tient au fait que la répétition des atomes avec la période de 6,61 Å n'est pas rigoureuse et que la période véritable est deux fois plus grande. L'interprétation des clichés conduit à un réseau de parallélépipèdes rectangles. Les

réflexions sur les plans réticulaires de notation $(pq0)$ avec $p+q$ impair et $(0qr)$ avec $q+r$ impair n'ont pas été observées. Les cristaux appartenant aux groupes de symétrie C_{2v}^{19} et V_h^{10} de Schœnflies-Federof donnent de tels diagrammes; le premier de ces groupes, correspondant à l'hémiédrie pyramidale, est le plus probable à cause de la pyro-électricité de la thomsonite, Il est facile à partir des dimensions de la maille, de la densité du cristal et de sa composition chimique de dénombrer les divers atomes constituant le motif cristallin. On trouve ainsi 80 atomes d'oxygène, 20 atomes de silicium, 20 atomes d'aluminium et 10 atomes de calcium (en partie remplacé par du sodium).

Mésotype. — J'ai étudié différents cristaux d'Auvergne, les plus beaux provenant du Puy de Marman appartiennent à la Collection du Muséum. Les paramètres ont pour valeurs :

$$a = 18,25\,\text{Å}, \quad b = 18,50\,\text{Å}, \quad c = 6,57\,\text{Å}.$$

La distance des plans réticulaires (110) parallèles aux faces m du cristal est 6,50 Å, très sensiblement égale à la distance des plans (100) et (010) de la thomsonite.

L'étude des diagrammes conduit à un réseau de parallélépipèdes rectangles à faces centrées; on remarque que les réflexions sur les plans réticulaires de notation $(0qr)$ et $(p0r)$ ne se produisent que si $q+r$ ou $p+r$ sont multiples de 4; par contre on a observé des taches de notation (2240), (2060), (1880). Ceci est caractéristique du groupe C_{2v}^{19} qui correspond à l'hémiédrie pyramidale. Au lieu de la maille rectangle à faces centrées on peut envisager la maille centrée à base losange deux fois plus petite. Elle renferme 40 atomes d'oxygène, 12 de silicium, 8 d'aluminium et 8 de sodium.

Cette maille losangique centrée ressemble singulièrement à celle de la thomsonite. Les deux mailles sont quasi quadratiques (l'angle des faces m pour la mésotype est égal à 91°) de côté sensiblement égal à 13,0 Å.

Le paramètre c est le même et très voisin de 6,60 Å, si en première approximation on ne tient pas compte des réflexions de faible intensité signalées plus haut et qui pour la thomsonite font adopter un paramètre deux fois plus grand. Chez ces deux silicates voisins, les mailles cristallines ayant très sensiblement les mêmes dimensions renferment le même nombre 40 d'atomes d'oxygène et la même somme 20 des atomes silicium et aluminium : 10 Si et 10 Al pour la thomsonite, 12 Si et 8 Al pour la mésotype.

Il faut conclure que ce sont ces atomes ionisés qui constituent l'armature de chacun des deux édifices cristallins. Les 40 oxygènes doivent présenter un arrangement semblable dans les deux minéraux et comme leur volume atomique est considérable comparé à celui des silicium et aluminium, ils fixent les dimensions de la maille. Les atomes Si et Al ont dans l'assemblage des rôles analogues car ils peuvent intervenir en nombres différents pourvu que leur somme soit constante et égale à 20; il est vraisemblable, par analogie avec la structure connue de silicates présentant dans leur formule le groupement $(Si, Al)^n O^{2n}$, que les Si et Al sont placés aux centres de tétraèdres ayant pour sommets 4 atomes d'oxygène, chaque oxygène étant commun à deux tétraèdres.

Les métaux alcalins et alcalino-terreux, intervenant en nombres différents dans les deux structures, se logent, comme les molécules H^2O, dans les vides que laissent la structure très lacunaire des oxygènes et ne font qu'assurer par leur charge la neutralité électrique du cristal.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie des bassins du Haut Niari, de la Bouenza et du Haut Ogooué (Afrique Équatoriale Française).* Note de M. **Victor Babet**, présentée par M. Charles Jacob.

Cette région, que j'ai récemment explorée, comprend en partie les subdivisions de Mouyonzi, de Mayama, de Zanaga et de Franceville. Faisant suite à celle étudiée dans un travail antérieur [1], elle forme la bordure occidentale du *plateau des Batéké*, dont les sables viennent recouvrir vers l'Ouest les formations anciennes : *système du Loubilache*, *séries schisto-gréseuse* et *schisto-calcaire*, *système métamorphique*, *massif cristallin de la Louessé et du haut Ogooué.*

Le plateau de Mouyonzi est constitué par des formations de la *série schisto-calcaire*. Le conglomérat de base, visible dans la vallée du Moussengué et au confluent de la Bouenza et du Louati, contourne le poste au Nord-Ouest et atteint le Niari à l'Est suivant une large bande qui disparaît sous les sables du Djouéké. Les calcaires de Mouyonzi appartiennent à la zone inférieure de la série qui comprend : *a*) dolomies roses et grises, *b*) calcaires en plaquettes, *c*) calcaires oolitiques et compacts recristallisés.

---

(1) V. Babet, *Étude géologique de la zone du Chemin de fer Congo-Océan et de la région minière du Niari et du Djoué*, Paris, 1929.

La direction générale est Est-Ouest au Sud de Mouyonzi. A l'Est, comme le conglomérat de base, la formation est recouverte par les sables. Quelques rares affleurements y laissent voir la direction Nord-Est avec plongement Sud-Est.

Sous le conglomérat de base viennent les grès, quartzites, argiles gréseuses du *système métamorphique*. Nous y rapportons les grès argileux rouges de Kimboto qui s'avancent sur le massif cristallin.

A une trentaine de kilomètres au Nord de Mouyonzi commencent les savanes du pays batéké. Les formations sableuses se développent considérablement vers le Nord et l'Est. A Kiloamba apparaît un grès siliceux conglomératique avec galets de quartzite rouge, devenant blanc par décoloration. Nous le groupons avec les grès siliceux de la boucle du N'Douo et de la région de Pangala, sous le nom de *grès du N'Douo et du Djouéké*, sans préciser pour le moment leurs relations avec les autres séries géologiques. Il paraîtrait naturel de les rapporter au *Loubilache* trangressif; mais ils sont plus cohérents, redressés, parfois écrasés avec nombreuses veines de quartz, attestant ainsi des mouvements jusqu'ici inconnus dans le Loubilache qui est tout au plus ondulé. Peut-être s'agit-il d'un faciès nouveau du Koundéloungou supérieur ou plutôt des formations antérieures?

Les sables du pays batéké recouvrent la région des sources du Djoué, du Niari, de la Bouenza, de l'Ogooué. Se développant au Nord dans les bassins du Léfini, du M'Pama et du Lékéti, ils viennent s'appuyer sur la bordure orientale du massif cristallin de la Louessé et du Haut-Ogooué, au Nord-Ouest de Kimboto et le long de la rive droite de l'Ogooué au Nord de Zanaga.

Dans la subdivision de Franceville, le contour du massif cristallin s'incurve vers le Nord-Ouest et l'Ogooué entre dans une région composée d'argilites, de grès, de quartzites, de roches siliceuses diverses, souvent noires, avec géodes de quartz, de cherts, de schistes graphiteux, d'argiles gréseuses schisteuses à pyrite. Au Sud-Ouest de Franceville, le long du Likoko, la série débute, en bordure du massif cristallin, par un conglomérat à éléments de quartz. Les couches sont plissées, fracturées. La direction générale de cette série est Nord-Ouest. Je l'appelle *série de Franceville*, sans pouvoir encore fixer d'une manière définitive son attribution.

Le massif de la Louessé et du haut Ogooué est formé de gneiss, granites, granodiorites, souvent amphiboliques et pyroxéniques, avec des dolérites et des péridotites qui traversent aussi les séries métamorphiques et de Franceville.

Au Sud-Est de Franceville, le plateau des Batéké vient se terminer sur le bord du M'Passa par une falaise sableuse. Les puissantes formations de sable du pays batéké s'étendent au Sud jusqu'à Brazzaville. Rattachées jusqu'ici dans leur ensemble au Loubilache, elles lui sont probablement en grande partie postérieures, et dues au remaniement de cette dernière formation ainsi qu'au remaniement des grès du N'Douo et du Djouéké et aussi de ceux de la série schisto-gréseuse, qui affleure à Mayama. Ce serait là l'effet de la longue période continentale qui s'est écoulée depuis l'époque loubilachienne, avec des actions éoliennes et fluviatiles se poursuivant encore sous nos yeux dans ce pays à saisons sèches et humides très tranchées. Le Loubilache certain affleure dans la vallée du Djoué et aux environs de Brazzaville. Peut-être faudra-t-il aussi y rattacher les grès blancs avec conglomérat de Balambala, près de Pinamba entre Mouyonzi et Kimboto.

CYTOLOGIE GÉNÉRALE. — *L'origine infraciliaire et la genèse des trichocystes et des trichites chez les Ciliés* Fœttingeriidæ. Note (¹) de MM. **Édouard Chatton, André Lwoff** et Mme **Marguerite Lwoff**, présentée par M.-F. Mesnil.

Encore que très répandus chez les Ciliés et chez les Flagellés, les trichocystes et les trichites sont peu connus. Leur distribution, leur morphologie leur fonctionnement ont fait l'objet de nombreux travaux. Mais l'étude de leur genèse, dont la connaissance seule peut nous éclairer sur leur valeur cytologique, a été négligée.

Les anciens auteurs pensent qu'ils se développent là où ils les voient en place, dans l'ectoplasme (Maupas, 1883). A peu près identique l'opinion exprimée par Schewiakoff (1889). Mais comme les trichocystes se trouvent aussi dans l'endoplasme, d'autres auteurs ont cherché là leur origine : Mitrophanow (1905), Brodsky (1908). La théorie chromidiale devait, comme dans tant d'autres cas difficiles, fournir sa solution stéréotypée : Tönniges (1914).

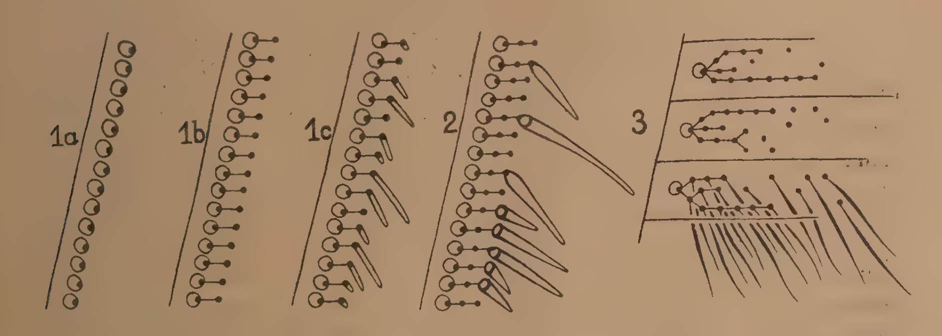
C'est la thèse de l'origine endoplasmique qui semble avoir prévalu auprès

---

(¹) Séance du 5 octobre 1931.

des classiques (Reichenow, 1927) (1). Il faut cependant mentionner l'opinion toute récente de Klein (2) qui tient les trichocystes, comme les cils eux-mêmes, pour des émanations du réseau argentophile qu'il a fait connaître chez beaucoup d'Infusoires.

Les observations dont nous exposons ici les résultats vont catégoriquement à l'encontre de l'une et l'autre de ces dernières thèses. Elles concernent plusieurs genres de Fœttingeriidés (3) : *Gymnodinioïdes* et formes voisines (*Synophrya* et *Phoretophrya*), *Polyspira* qui ont de véritables trichocystes capables de détente, *Fœttingeria* qui a des trichites non détensibles, et *Phtorophrya* qui possède deux trichocystes différenciés analogues aux stades jeunes des cnidocystes du *Polykrikos* ou cnidoplastes. Sauf chez la *Phtorophrya*, trichocystes et trichites n'existent qu'à certains stades du cycle. Ils naissent par poussée simultanée, fait éminemment favorable à l'étude de leur genèse. Plus tard, ils sont résorbés.



La trichocystogenèse la plus simple est celle qui s'observe dans les petits ciliés résultant de la multiplication, les tomites. Ils sont d'abord dépourvus de trichocystes; leurs stries ciliaires sont formées d'une file unique de blépharoplastes constitués, comme nous l'avons montré (4), par un granule infraciliaire accompagné d'un corpuscule ciliaire (*fig.* 1 *a*). Elles sont longées à leur droite et à quelque distance par un cordon argentophile. Au début de la trichocystogenèse, chaque granule infraciliaire se dédouble vers

(1) *Lehrbuch d. Protozoenkunde* (G. Fischer, Iena, 1927).
(2) Klein, *Art. f. Protist.*, 65, 1929, p. 183.
(3) E. Chatton et A. Lwoff, *Bull. Soc. Zool. France*, 55, 1930, p. 293.
(4) E. Chatton, A. Lwoff et M. Lwoff, *C. R. Soc. Biol.*, 107, 1931, p. 560.

la gauche de la strie, les deux granules restant unis par une desmose (*fig.* 1 *b*). La strie dédoublée présente ainsi à gauche de sa file de blépharoplastes, et, par conséquent, tout à fait indépendante du cordon argentophile, une file de *trichocystosomes*. De chacun de ceux-ci pousse progressivement vers la profondeur un pivot qui est le trichocyste et au sommet duquel le trichocystosome persiste (*fig* 1 *c*). Les trichocystes de cette poussée sont résorbés au cours de l'évolution du tomite en phoronte. Chez le *Gymnodinioïdes* et les formes voisines, il n'y a que cette seule période de trichocystogenèse.

Chez la *Polyspira Delagei*, il y a deux trichocystogenèses, l'une dans le tomite et qui est conforme à ce que nous venons de décrire, l'autre dans le tomonte, avant le début de la multiplication. Celle-ci se complique du fait que les trichocystosomes primaires, une fois formés par le processus ci-dessus décrit, se divisent à leur tour, produisant un ou plusieurs trichocystosomes secondaires (*fig.* 2). Ceux-ci pour la plupart restent unis au premier en formant des chaînettes, mais un certain nombre s'en séparent et émigrent entre les stries. Les uns et les autres produisent des trichocystes semblables à ceux du *Gymnodinioides*, mais qui sont naturellement plus nombreux. Ils sont résorbés à la fin de la multiplication.

Chez la *Fœttingeria actiniarum*, les trichocystes sont remplacés par des trichites plus ténus et beaucoup plus nombreux. Quoiqu'ils diffèrent à bien des égards des premiers, ils se forment exactement de la même manière; mais dans le trophonte la prolifération des *trichitosomes* primaires est encore plus poussée que chez la Polyspire, et leur migration au large de la strie ciliaire plus fréquente (*fig.* 3). Beaucoup de ces trichites sont entraînés dans l'endoplasme, et ce phénomène devient massif au moment de l'enkystement. Cependant les trichitosomes demeurent un certain temps en surface avant de dégénérer à leur tour. Il y a une deuxième trichitogenèse dans les tomites.

Les deux cnidoplastes de la *Phtorophrya* sont endoplasmiques. En raison des difficultés de l'étude de cette très petite forme, endoparasite des *Gymnodinioides*, nous n'avons pu suivre leur genèse. Il se peut qu'ils prennent naissance, comme les précédents, à partir d'une granule infraciliaire. Mais le fait qu'en plein endoplasme, ils montrent à leur extrémité un corpuscule qui semble être un trichocystosome, nous fait penser qu'ils pourraient, comme les cnidocystes du *Polykrikos* [1], se multiplier autogénétiquement

---

[1] E. Chatton, *Arch. Zool. expér. et gén.*, 54, 1914, p. 157.

dans l'endoplasme, ayant perdu ainsi toute relation génétique avec l'infraciliature superficielle.

Concluons : 1° Les trichites et les trichocystes sont formés par poussée à partir de trichocystosomes procédant eux-mêmes du dédoublement et par conséquent frères, des granules infraciliaires des blépharoplastes. Ils sont complètement indépendants à tous les stades de leur genèse des cordons ou du réseau argentophile.

2° Ce sont, les uns et les autres, des dérivés de la cinétide, puisque, selon nous, le granule infraciliaire est l'équivalent d'un cinétosome; et comme tels, ils doivent entrer dans la même catégorie cytologique que les cnidocystes dont, chez le *Polykrikos*, Chatton a montré qu'ils se développent autogénétiquement à partir d'un cnidosome homologue d'un cinétosome. D'ailleurs, par leur structure même, les trichocystes (ou cnidoplastes) différenciés et peut-être autonomes, de la *Phtorophrya*, font passage aux cnidocystes.

3° Trichites, trichocystes, cnidocystes, étant des dérivés, à divers degrés de différenciation et d'autonomie, de la cinétide, il n'y a plus lieu de s'étonner de les voir exister, les uns et les autres, ou même coexister parfois, chez les Ciliés, chez les Flagellés et dans les cellules où la cinétide est réduite au seul centrosome : plasmode des *Syndinium*, cnidoplastes des Cnidosporidies et des Cœlentérés.

4° On peut prévoir qu'il est des formes où l'ensemble des trichocystosomes (trichocystome) a perdu ses relations génétiques primitives avec l'ensemble des granules infraciliaires (cinétome) et constitue un système indépendant doué de continuité génétique.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la fluorescence et spécialement les spectres de fluorescence des pigments du groupe de l'urobiline.* Note de MM. **Ch. Dhéré** et **J. Roche**, présentée par M. Louis Lapicque.

La fluorescence *verte* que montre, en présence des sels de zinc et dans un solvant convenable, l'urobiline urinaire ou fécale, est une des propriétés les plus remarquables et les plus connues de ce pigment, dont l'individualité chimique est fort controversée. Nous avons étudié le spectre de fluorescence de cette urobiline (extraite de matières fécales) en utilisant une préparation

particulièrement pure de M. le Dr Terwen (¹). Nous avons pu aussi disposer, pour nos recherches fluoroscopiques, d'échantillons d'un urobilinogène pur (mésobilirubinogène préparé par M. Hans Fischer) ainsi que de mésobilivioline et de mésobilirubine. Ces trois derniers produits constituent des termes pouvant conduire de la bilirubine à l'urobiline (ou plus exactement à *une* urobiline, en admettant la pluralité des urobilines).

Examinés, à l'état solide, dans le rayonnement violet et ultraviolet d'un puissant arc entre charbons ou dans le rayonnement ultraviolet filtré ($\lambda\, 365^{m\mu}$) d'une lampe à vapeur de mercure, la mésobilirubine, le mésobilirubinogène et surtout l'urobiline montrent une fluorescence *rouge* tout à fait frappante (²). Dans les mêmes conditions d'irradiation, la mésobilivioline, le mésobilirubinogène et l'urobiline, en solutions alcooliques additionnées d'acétate de zinc, fournissent des liqueurs possédant des fluorescences très intenses : d'un vert plus ou moins jaune pour la mésobilivioline et le mésobilirubinogène ; d'un vert relativement franc pour l'urobiline.

Les fluorescences vertes et les spectres d'absorption des complexes zinciques obtenus à partir de la mésobilivioline et du mésobilirubinogène ont été déjà indiqués par H. Fischer (³). Voici nos résultats (⁴), entièrement nouveaux, pour les spectres de fluorescence (solutions alcooliques additionnées d'acétate de zinc et d'une trace d'acide acétique) :

1° *Dérivé de la* MÉSOBILIVIOLINE (complexe *zincique*).

Bandes d'*absorption* (λ en $m\mu$).		Bandes de *fluorescence* (λ en $m\mu$).	
I..........	635,8–622,7. Axe 629,2	I..........	660,2–620,6. Axe 640,4
II..........	580,0–564,9. Axe 572,5	II..........	600,5–584,2. Axe 592,3
III..........	519,3–491,0. Axe 505,1	III..........	563,3–542,7. Axe 553,0
La bande II est relativement faible.		IV..........	525,1–506,0. Axe 515,5

(¹) A. J. L. Terwen, *Deutsches Archiv f. Klinische Med.*, 149, 1925, p. 93.

(²) La mésobilivioline (bien sèche) n'est pas fluorescente.

(³) H. Fischer et G. Niemann, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, 137, 1924, p. 293; et 146, 1925, p. 196.

(⁴) Déterminations spectrographiques (dispersion par deux prismes) sur plaques *Ilford special rapid panchromatie* dont la sensibilité chromatique diffère notablement de celle de la rétine. Excitation de la fluorescence par des radiations comprises entre 420 et $335^{m\mu}$ environ.

Ordre des intensités décroissantes pour les bandes de fluorescence : I, IV, III, II. La bande III doit probablement être rattachée à la bande IV.

2° *Dérivé du* MÉSOBILIRUBINOGÈNE (complexe *zincique*).

Bandes d'*absorption*.			Bandes de *fluorescence*.		
I.	637-621.	Axe 629	I.	645,2-621,1.	Axe 633,1
II.	»	Axe 576	II.	615,4-586,0.	Axe 600,7
III.	517-498.	Axe 507,5	III.	561,7-539,5.	Axe 550,6
Les bandes I et II sont très faibles.			IV.	526,8-515,0.	Axe 520,9

La bande IV de fluorescence est de beaucoup la plus forte. La bande III est assez forte et se confond avec la bande IV, en une seule bande forte, quand on prolonge la durée de l'enregistrement photographique du spectre. Ce n'est qu'avec des poses relativement longues qu'on voit apparaître la bande I ainsi que la bande II qui, elle, est très faible et difficile à enregistrer.

Il faut bien noter que le produit fluorescent (complexe zincique) dont nous parlons ne contient plus du mésobilirubinogène, mais une urobiline (ou un produit intermédiaire ?) résultant de la transformation du mésobilirubinogène par action combinée de la lumière et de l'oxygène de l'air [1].

3° UROBILINE (complexe *zincique*). — Les spectres d'absorption et de fluorescence sont assez semblables à ceux obtenus à partir du mésobilirubinogène; mais les bandes d'absorption I (axe 631 environ) et II (axe 582 environ) sont bien moins marquées. Quant au spectre de *fluorescence*, il est essentiellement constitué par une très forte bande dans le vert, comprise entre 527 et 516 (axe 521,5); bande qui, du côté du rouge, se continue, après un léger minimum diffus, par une lueur assez forte. Cette lueur, qu'on ne peut guère considérer comme une bande distincte [2], doit — avec la bande verte très brillante — correspondre à la bande principale d'absorption qui est comprise entre 520 et 484 (axe 502). Avec des poses croissantes, en même temps que la fluorescence se prolonge dans l'orangé, atteignant et dépassant 610, on voit apparaître dans le rouge orangé un renforcement qui forme une seconde bande distincte, bien que très faible. L'axe de cette bande est d'abord sur λ 633, puis arrive sur λ 637.

---

(1) Cf. A. J. L. TERWEN, *Abderhalden's Handb. der biol. Arbeitsmeth.*, Abt. IV. Teil 5 I, 1930, p. 669.

(2) La démarcation se voit mieux en milieu alcoolique *alcalin* ($ZnCl^2 + NH^4OH$).

Il existe une autre catégorie de combinaisons fluorescentes que l'on obtient, avec plusieurs de ces pigments, par addition de sublimé en liqueur alcoolique. Le seul de ces complexes *mercuriques* connu jusqu'à présent était celui dont A. Schmidt (¹) a signalé l'existence (hydrobilirubine et sublimé). Nous avons constaté que cette réaction, effectuée avec la mésobiliviolіne et le mésobilirubinogène, donne naissance à des corps possédant une belle fluorescence saumon. Avec la mésobilivioline, le spectre d'absorption présente trois bandes : sur λ 611, λ 563 et λ 507; les bandes du spectre de *fluorescence* étant sur λ 640 et λ 554. Avec le mésobilirubinogène, les trois bandes d'absorption sont respectivement sur λ 620, λ 570 et λ 515; les bandes de *fluorescence* étant sur λ 635,5 et λ 554,5. Les bandes de fluorescence dans l'orangé sont bien fortes; celles dans le vert sont très faibles. Traitées de la même façon, l'urobiline de Terwen ainsi que de l'hydrobilirubine préparée par réduction très poussée n'offraient pas de fluorescence notable.

PARASITOLOGIE. — *Parasitisme bactérien et symbiose chez* Aphis atriplicis *L.* Note de M. **A. Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

La présence simultanée, dans l'organisme du Puceron, des symbiotes ordinaires de forme arrondie (formes dites levures) et des bactéries typiques d'où ils tirent leur origine, peut être observée dans un certain nombre d'espèces. D'une manière générale, les bactéries se multiplient dans le sang mais elles peuvent également parasiter certains organes, en particulier le tube digestif (*Aphis mali*, *Chaitophorus lyropictus*). L'étude de la symbiose chez le Puceron noir du Chénopode (*Aphis atriplicis* L.) nous a permis de mettre en évidence une nouvelle forme de parasitisme.

Les bactéries symbiotiques normales paraissent avoir été observées pour la première fois en 1888 par Krassilstchik; elles sont représentées par des éléments bacillaires fusiformes mesurant en moyenne 4 à 5^{μ} de long sur 0,6 à $0^{\mu},7$ de large; après coloration par le giemsa, la partie moyenne apparaît claire, le colorant se fixant seulement aux deux extrémités.

De grandes variations peuvent être observées dans le degré d'infestation

(¹) A. Schmidt, *Verhandl. d. Congresses f. innere Med.*, **13**, 1895, p. 320.

des Pucerons suivant le stade de développement et l'époque à laquelle ils vivent. Sur frottis obtenus à partir de très jeunes femelles parthénogénétiques et colorés par le giemsa, les bacilles sont relativement peu nombreux; chez les femelles adultes au contraire, ces mêmes bacilles sont souvent extrêmement abondants. Nous n'avons pu déterminer encore la cause de l'aggravation de l'infection bactérienne; on peut supposer que cette aggravation est sous la dépendance de facteurs intrinsèques et des facteurs atmosphériques.

Sur les frottis obtenus par dilacération sur lame de verre de Pucerons fortement parasités, on observe, après coloration au giemsa, de très grandes variations dans la forme des éléments bactériens et dans leur colorabilité : à côté d'éléments bacillaires normaux présentant les caractères morphologiques décrits plus haut, on observe des éléments de plus en plus ténus jusqu'à la limite de visibilité; vers cette limite, les bacilles sont très mal colorés et ne présentent pas de contours nets : il s'agit là, très vraisemblablement, d'éléments microbiens en voie de lyse; les progrès de l'infection seraient donc enrayés par une réaction d'immunité de type humoral. Ce n'est d'ailleurs pas la seule que l'on observe : sur les mêmes frottis, en effet, on constate la présence de bacilles géants mesurant 10 à 15$^{\mu}$ de long dont la partie médiane se renfle pour donner naissance à une forme géante analogue à celles que nous avons décrites chez d'autres espèces de Pucerons et qui se transforment directement en symbiotes ordinaires par résorption des deux prolongements bacilliformes. L'étude histologique montre que cette transformation est surtout intense à l'intérieur des tissus.

Si l'on examine une coupe de Puceron très infecté après coloration au giemsa, on constate la présence de nombreux bacilles, non seulement dans la cavité générale, mais aussi à l'intérieur des cellules sanguines et des cellules adipeuses; on peut observer parfois aussi la présence d'amas bactériens à la surface des mycétocytes, mais ceux-ci ne sont jamais aussi volumineux ni aussi abondants que chez certaines espèces étudiées précédemment (*Macrosiphum jaceæ* par exemple). Dans les cellules adipeuses, les bacilles constituent des amas arrondis plus ou moins volumineux noyés dans la couche protoplasmique homogène à leur niveau. Dans beaucoup de ces amas microbiens, on constate la présence simultanée de bacilles normaux, de formes de passage et de symbiotes vrais; les mêmes constatatious peuvent être faites dans les cellules sanguines. Cellules adipeuses et sanguines fonctionnent donc comme des mycétocytes. Il y a lieu de noter tou-

tefois que la présence de microbes ne détermine pas d'hypertrophie cellulaire comme cela se produit fréquemment dans les mycétocytes vrais.

Le mécanisme de la symbiose chez *A. atriplicis* apparaît donc plus complexe que chez les différentes espèces de Pucerons que nous avons étudiées jusqu'ici. Le processus normal d'infection paraît se dérouler de la manière suivante chez la femelle vivipare adulte : il y a d'abord multiplication intense des bacilles dans le sang et pénétration dans certaines cellules de l'organisme par un processus analogue et probablement identique à celui de la phagocytose; la multiplication exagérée des bactéries déclenche des réactions d'immunité de type humoral qui rétablissent l'équilibre entre l'hôte et son parasite : bactériolyse intense dans le sang; production de formes de croissance, puis de symbiotes vrais, principalement à l'intérieur des cellules parasitées et au niveau des mycétocytes. Les faits que nous avons mis en évidence constituent de nouveaux arguments à l'appui de la thèse que nous avons exposée antérieurement sur l'origine bactérienne des symbiotes de Pucerons et sur l'assimilation des phénomènes de symbiose aux processus d'immunité antimicrobienne.

La séance est levée à $15^h 55^m$.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'aout 1931.

Madagascar. Exposition coloniale internationale 1931. Paris, Imprimerie Nationale, 1931; 1 vol. 28cm,5.

Mollusques terrestres et fluviatiles, par Louis Germain. In *Faune de France*, tome 22. Paris, Paul Lechevalier, 1931; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

Assainissement atmosphérique des grandes Cités par ventilation artificielle. Leur protection contre les gaz, par Albert Villiamier. Pontarlier, Camille Faivre, 1931; 1 fasc. 21cm.

La minéralogie de la France d'Outre-Mer (*départements algériens, colonies, protectorats*) *au Muséum national d'histoire naturelle*, par A. Lacroix. In *Bulletin du Muséum national d'histoire naturelle*, 2e série, tome III, 1931. Paris, Masson; 1 fasc. 25cm.

Ouvrages reçus pendant les séances de septembre 1931.

Memorie e comunicazioni scientifiche (1894-1930), par Cesare Serono. Roma, Istituto nazionale medico farmacologico Serono, 1931; 1 vol, 26cm,6.

Ministère des colonies. *Mission de prospection des forces hydrauliques de l'Afrique équatoriale française*. P. Darnault, ingénieur, chef de mission. *Rapport d'ensemble*. Préface de M. Antonetti. Paris, Libraire Larose, 1931; 1 vol. 28cm,5. (Présenté par M. P. Janet.)

L'Inde française. Paris, Exposition coloniale, 1931; 1 vol. 28cm,5.

Les marées des Océans, par M. J. Schokalsky. Moscou, 1931. 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Travaux de la deuxième conférence géodésique (11-14 *avril* 1927) rédigés par MM. J. Schokalsky et A. Mikhailov. Moscou, Édition Planchosgiz, 1930; 1 vol. 21cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Tuberculose. Contagion, Hérédité, 2e édition par Auguste Lumière. Lyon, Joannès Desvigne et Cie, 1931; 1 vol. 21cm,5.

Union géodésique et géophysique internationale. Section de séismologie. Comptes rendus des séances de la quatrième conférence réunie à Stockholm du 14 *au* 23 *août* 1930, rédigés par M. E. Rothé. Toulouse, Édouard Privat, 1931; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Notice historique sur les travaux géodésiques et cartographiques effectués au Danemark, par N. E. Nörlund. Helsinki, Osakeyhtio Weilin et Göös Aktiebolag, 1931 ; 1 fasc. 24cm,5.

ERRATA.

(Séance du 5 octobre 1931.)

Note de MM. *André Meyer* et *Robert Vittenet*, Azométhines de l'homophtalimide et de ses dérivés N-arylés :

Page 532, rectifier comme suit la formule de l'iminophtalonimide ;

C=NH
CO
N—H
CO